# Szabályozástechnika 30.

## A szabályozás rendszertechnikai méretezése – 9.

Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencné

**Folytatjuk a szabályozó polinomiális tervezési módszerének tárgyalását. Ennek során ismertetünk egy olyan MATLAB-alapú tervezőprogramot, amely egy adott, $W_p(s)$ átviteli függvényével leírt folyamathoz megtervezi a $W_c(s)$ átviteli függvénnyel reprezentált szabályozási algoritmust, miközben a zárt rendszer $N(s)$ karakterisztikus polinomjának $p_R$ gyökeire (a zárt rendszer pólusaira) előírásokat teszünk. Az eljárás kidolgozása és a méretező program elkészítése Tuschák munkáin alapszik.**

### A $P(s)$ és a $H(s)$ polinomok együtthatóinak számítása

A lineáris egyenletrendszer megoldása:

$$p_0=-282{,}7344,\ p_1=-320{,}7031,\ p_2=-320{,}3125,\ p_3=-156{,}2500,$$
$$h_1=23,\ h_2=780{,}4688.$$

A követelményeket kielégítő szabályozó átviteli függvénye pedig:

$$W_c(s)=\frac{P(s)N_{pk}(s)}{A(s)H(s)M_{pk}(s)}=$$

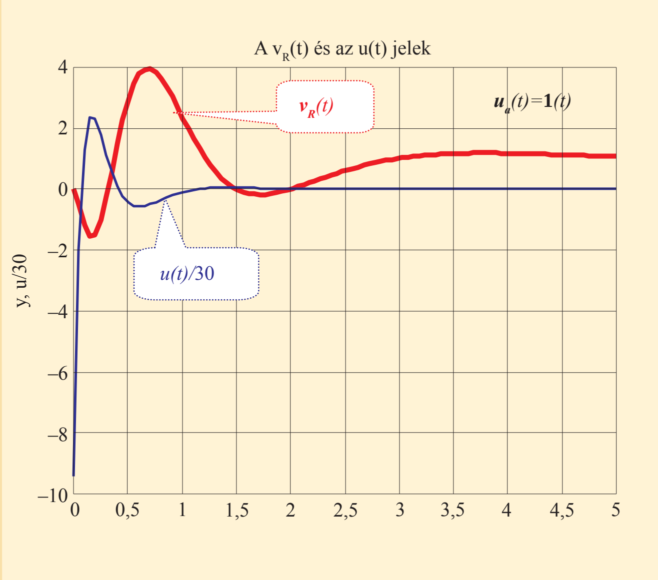
$$=\frac{-(282{,}7344s^3+320{,}7031s^2+320{,}3125s+156{,}25)(s+2)(s+3)}{s^2(s^2+23s+780{,}4688)(s+5)}$$

A kapott eredményekkel – **MATLAB**-támogatást felhasználva – számítsuk ki a zárt rendszer $v_R(t)$ átmeneti függvényét, az $u(t)$ irányítójelet és a rendszer gyökhelygörbéjét!

```
R=2*[1 -4];Mpk=[1 5];L=[1 -1 0];
Npk=conv([1 2],[1 3]);
Mp=conv(R,Mpk);Np=conv(L,Npk);
A=[1 0 0];
P=-[282.7344 320.7031 320.3125 156.25];
H=[1 23 780.4688];
Mc=conv(P,Npk);Nc=conv(A,conv(H,Mpk));
[Mo,No]=series(Mc,Nc,Mp,Np);
[M,N]=cloop(Mo,No);
[Mu,Nu]=feedback(Mc,Nc,Mp,Np); step(M,N);pause;
t=linspace(0,5,100);
vR=step(M,N,t);grid on;pause;
u=step(Mu,Nu,t);pause
plot(t,vR,t,u);grid;
title(’A vR(t) és az u(t) jelek’);pause;
rlocus(Mo,No);pause
```

A programfutás eredményeiből a $v_R(t)$ átmeneti függvényt és az $u(t)$ irányítójel időfüggvényét az 1. ábrán közöljük.

Kétségeket támaszthat az $u(t)$ irányítójel $u(0)=-282{,}73$ értéke. Ennek magyarázata a zárt rendszer előzetesen felvett pólusaiban rejlik. A $p_{R1,2}=-1\pm j$ domináns pólus mellé felvett további




*1. ábra A $v_R(t)$- és $u(t)$-jelek grafikonjai*

$p_{R3,4,5,6}=-5$ pólusok a zárt rendszerre olyan tranzienseket írnak elő, amelyek eredményeként a $v_R(t)$ kb. 3,5 időegység alatt beáll a $v_R(3{,}5)\approx 1=v_R(\infty)$ értékére. Ezt a gyors működést az $u(t)$ irányítójel túlvezérlése okozza. Ha a gyorsaságra engedményeket teszünk (például azzal, hogy $p_{R3,4,5,6}=-1$ pólusokat választunk), a beállás hosszabb időt vesz ugyan igénybe, de a túlvezérlés is elfogadható értékre csökken.

### Polinomokon alapuló – a szabályozótervezést támogató – MATLAB-program[1]

Az előzőekben ismertetett tervezési módszert – a polinomokat tartalmazó karakterisztikus egyenletre építve – *Tuschák* dolgozta ki, elkészítve ennek **MATLAB**-alapú – a tervezést automatikusan végrehajtó – számítógépes eljárását is[2]. Erre alapozva közöljük az alábbi programot. Ez tetszőleges, transzcendens tényezőt (holtidőt) nem tartalmazó, $W_p(s)=M_p(s)/N_p(s)$ átviteli függvénnyel leírt, lineáris folyamathoz megtervezi a $W_c(s)=M_c(s)/N_c(s)$ átviteli függvényű, soros kompenzációs szabályozót. A tervezés elve

1 Irodalom: *Tuschák R.*: Szabályozó tervezése a zárt rendszer karakterisztikus egyenlete alapján. BME Automatizálási és Alkalmazott Informatikai Tanszék belső kiadványa. Az itt közölt program *Tuschák* programja alapján készült.

2 *Tuschák* hasonló méretezési eljárást és programot a diszkrét szabályozó tervezésére is kidolgozott, ennek ismertetésére itt nem kerül sor.

azon alapszik, hogy a zárt rendszer karakterisztikus egyenletének gyökeit (a $p_R$ pólusokat) előzetesen definiáljuk. A $p_R$ értékeinek előírásakor mértéktartás kívánatos, mivel a rendszer gyorsítása az *u(t)* irányítójel túlvezérlésével lehetséges.

```
echo on
% ================================================
% Méretező program(sorozat4.m fajl)
% A program kiszámítja az Mp/Np=R(s)Mpk(s)/[L(s)
% Npk(s)] átviteli függvényű
% folyamathoz a szabályozó Mc/Nc átviteli függvé
% nyét. Méretezési feltétel:
% a zárt rendszer MR/NR eredő átviteli függvényének
% előírt pólusainak
% biztosítása.
% R(s) a folyamat nem kompenzálható zérusainak po
% linomja.
% L(s) a folyamat nem kompenzálható pólusainak po
% linomja.
% A(s) az alapjel azon pólusainak polinomja, ame
% lyeket a statikus hiba
% kiküszöbölése miatt a felnyitott körbe célszerű
% beiktatni.
% S   az előírt pólusok sorvektora.
% Mc=P(s)Npk(s), Nc=A(s)H(s)Mpk(s)
% P(s), H(s) a meghatározandó polinomok.
% N(s)=A(s)H(s)L(s)+P(s)R(s)a rendszer előírt ka
% rakterisztikus polinomja.
% n,mp,np,r,l,a,p,h, polimom fokszámok.
% ================================================
% Adatmegadás
% ===================
Mpk=input('Mpk=');Npk=input('Npk=');
R=input('R=');L=input('L=');
Mp=conv(R,Mpk);Np=conv(L,Npk);
A=input('A=');S=input('S=');N=poly(S);
N=real(N); % A méretezés előírásai
%================================================
% A méretezés
% ================================================
% A p,h,n fokszámok számítása
% =============================
np=length(Np)-1;mp=length(Mp)-1;
r=length(R)-1;l=length(L)-1;
a=length(A)-1;n=length(N)-1;h=np-mp-1+r;
p=a+l-1;o=a+l;n1=h+a+l;n1
if n1~=n
error('előírt pólusók száma n1 kell...
hogy legyen');end;
if Np(1)~=1
Mp=Mp/Np(1);Np=Np/Np(1);end;
%===================================
% A P(s) és H(s) polinomok számítása
%===================================
O=conv(A,L);clear V;clear G;
for j=1:h;
V(:,j)=[zeros(1,j-1),O,zeros(1,h+p+1-j-o)]';end;
for j=(h+1):(p+h+1);
V(:,j)=[zeros(1,j-1-r),R,zeros(1,p+h+1-j)]';end;
G1=N(2:(n+1))';
G2=[O(2:(o+1)),zeros(1,p+h+1-o)]';G=G1-G2;
F=(V\G)';
H=[1,F(1:h)];H=real(H);P=F((h+1):(p+h+1));
P=real(P);
disp('P=');disp(P);disp('H=');disp(H);pause;
Mc=conv(P,Npk);Mc=real(Mc);Nc1=conv(A,H);
Nc=conv(Nc1,Mpk);Nc=real(Nc);
printsys(Mc,Nc,'s');pause;
% A méretezett szabályozó átviteli függvénye
disp('A méretezés vége');
% ==============================================
% A méretezés ellenőrzése
% ==============================================
Mo=conv(P,R);Mo=real(Mo);No=conv(L,Nc1);
No=real(No);
[M,N]=cloop(Mo,No);[Mu,Nu]=feedback(Mc,Nc,Mp,Np);
pR=roots(N);disp(pR);
step(M,N);grid;
title('A zárt rendszer vR(t)átmeneti függvénye');
pause;step(Mu,Nu);grid;
title('Az u(t) irányító jel');pause;
rlocus(Mo,No);grid;
title('A rendszer gyökhelygörbéje');pause;
disp('Az ellenőrzés vége');
% ==============================================
```

A program önbeálló, minimumfázisú folyamatokhoz is képes a szabályozó megtervezésére. Ezekben az esetekben – mivel a folyamatnak nincsenek labilis pólusai és „labilis zérusai” – az *R(s)* konstans, az *L(s)* pedig a nem kompenzálandó stabilis pólusok polinomja.

**Példa**

A folyamat átviteli függvénye, ennek a méretező programhoz előkészített alakja, valamint az egyes polinomok fokszámai:

$$W_p(s)=\frac{M_p(s)}{N_p(s)}=k_p\frac{1-s\tau}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)^3}=$$

$$=5\frac{1-2s}{(1+20s)(1+10s)(1+s)^3}=$$

$$=5\frac{-2s+1}{200(s+\frac{1}{20})(s+\frac{1}{10})(s+1)^3}=\frac{-\frac{10}{200}s+\frac{5}{200}}{(s+\frac{1}{20})(s+\frac{1}{10})(s+1)^3}=$$

$$=\frac{-0.05s+0.025}{(1+s)^3}\frac{1}{(s+0.05)(s+0.1)}=\frac{R(s)}{L(s)}\frac{M_{pk}(s)}{N_{pk}(s)}$$

$$R(s)=-0.05s+0.025 \qquad L(s)=(s+1)^3=s^3+3s^2+3s+1$$

$$M_{pk}(s)=1 \quad N_{pk}(s)=(s+0.05)(s+0.1)=s^2+0.15s+0.005$$

$$n_p=5,\quad m_p=1,\quad r=1,\quad l=3,\quad a=1,$$

$$n_R=n_p-m_p+r+a+l-1=5-1+1+1+3-1=8$$

Az adatok között szereplő $a$=1 érték felvételekor a szabályozó átviteli függvényének a nevezőjében olyan *A(s)* polinomot választunk, amelynek eredményeként az önbeálló folyamatot integráló szabályozóval működtethetjük, biztosítva a nyitott kör átviteli függvényének az $i$=1 típusszámot. Célszerűen ezért *A(s)=s* és $a$=1. A program indítása után az $M_{pk}$, $N_{pk}$, *R, L, A, S* adatok bekérése történik:

```
Mpk=1
Npk=conv([1 1/20],[1 1/10])% [1.000 0.150 0.005]
R=[-0.0500 0.0250]
L=conv([1 1],conv([1 1],[1 1]))% [1 3 3 1]
A=[1 0]
S=[-0.5*(-1+i) -0.5*(-1-i) -1 -1 -1 -1 -1 -1]
```

Az *S* sorvektorban az eredő rendszer $N_R(s)$ karakterisztikus egyenletének gyökeit (a rendszer $p_R$ pólusait) kell megadni. Ez most – miután $N_R(s)$ fokszáma $n_R$=8 – nyolc db pólus megadását jelenti. Ezek elvileg tetszőleges értékek, a stabilitás alapkövetelménye miatt azonban kizárólag csak negatív valósrészű pólusokat szabad felvenni. Ezek a pólusok szabják meg a zárt rendszer tranzienseinek időbeli lefolyását, a tranziensek összetevői ugyanis $exp(p_{Ri}t)$ szerint „csengenek le". A gyors beállás miatt a $p_{Ri}$ pólusokat (a lehetőségek korlátai között) minél kisebbre (minél nagyobb negatív számra) kellene választani – annak érdekében, hogy a tranziensek gyorsan „eltűnjenek" –, de mint már korábban is említettük, a mértéktartás indokolt. A rendszert ugyanis az *u(t)* irányítójel túlvezérlése gyorsítja, és ha a gyorsasági igényünk nem mértékletes, jelentős túlvezérlésre kell számítani. Miután a folyamat nagy időállandóiból származó pólusokat (az $N_{pk}(s)$ gyökeit) a szabályozó zérusaival „eltüntetjük", a nyitott kör jelentősen felgyorsul. A bent maradó, egymásra torlódó időállandók értéke: $T_3$=1, amihez $p_3$=–1 nyitott köri pólus tartozik. Mindezek miatt a zárt rendszer pólusaira (első közelítésben) előírhatunk egy $p_{R1,2}$=–0.5(1±*j*) domináns póluspárt, és további $p_{R3,4,5,6}$= –1 pólusokat. ***A tervezés célja annak a szabályozási algoritmusnak a megalkotása, amelynek alkalmazásával a zárt szabályozási rendszer ezekkel az előírt pólusokkal rendelkezik.*** A programfutás eredményeként előállított *P(s)* és *H(s)* polinomok:

$$P(s) = 20s^3+60s^2+60s+20\ ,$$
$$H(s) = s^4+4s^4+6{,}5s^2+5{,}5s+3{,}5\ .$$

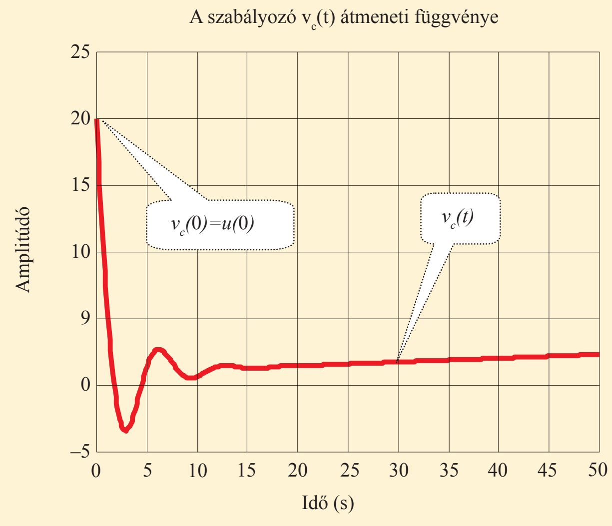
A méretezett szabályozó átviteli függvénye ennek alapján:

$$W_c(s)=\frac{M_c(s)}{N_c(s)}=\frac{P(s)N_{pk}(s)}{A(s)H(s)M_{pk}(s)}=$$
$$=\frac{20s^5+63s^4+69{,}1s^3+29{,}3s^2+3{,}3s+0{,}1}{s^5+4s^4+6{,}5s^3+5{,}5s^2+3{,}5s}$$

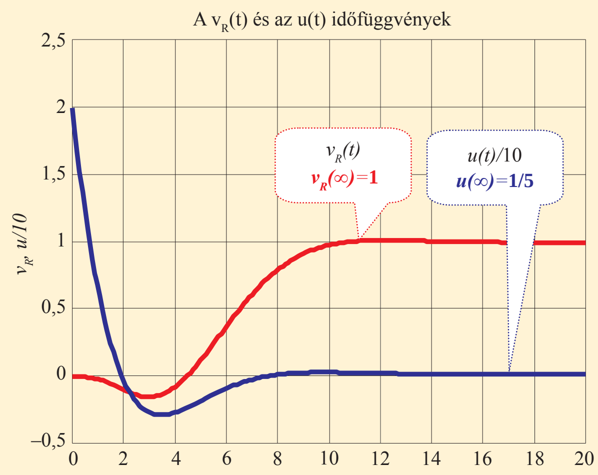
A méretező program ábrázolja a szabályozó $v_c(t)$ átmeneti függvényét (2. ábra). Ez magán viseli a **PID**-szabályozó átmeneti függvényének jellegét. A $W_c(s)$ átviteli függvényből vagy pedig a $v_c(t)$ átmeneti függvényből látható a jelentős mértékű túlvezérlés (*u*(0)=20).

A programfutás eredményei közül megadjuk a zárt rendszer $v_R(t)$ átmeneti függvényének és az *u(t)* irányítójelnek is az időbeli grafikonjait is (3. ábra).

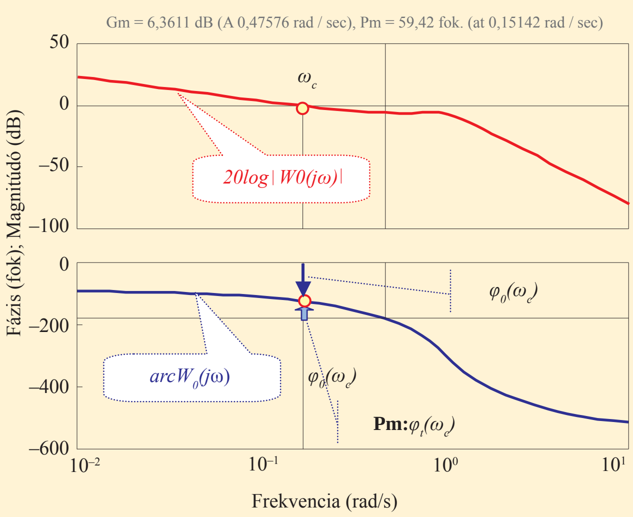
Az eredményeket értékelve a rendszer kb. $T_Δ$≈10 időegység alatt jól megközelíti nyugalmi állapotát, *σ* túllendülése is elfogadható. Az integrálszabályozásnak köszönhetően $v_R(\infty)$=1, ezért az állandósult hiba zérus. Az *u* irányítójel állandósult értéke $u(\infty)=1/k_p$=1/5. Némi gondot csupán az irányítójel *u*(0)=20 értékű túlvezérlése jelenthet. Ha az eredményként kapott tranziens folyamatokkal *elégedetlenek* vagyunk, az *S* vektorba más és más $p_R$ pólusokat definiálva, a számításokat egyszerűen ismételhetjük. A program lefutását követően a vezérlés visszake-




2. ábra A szabályozó $v_c(t)$ átmeneti függvénye




3. ábra A zárt rendszer $v_R(t)$ átmeneti függvényének és az *u(t)* irányítójelnek időbeli grafikonjai




4. ábra A nyitott kör frekvenciafüggvényének Bode-diagramjai

rül a **MATLAB** alá, és mivel többek között az `Mo,No` változókban a nyitott kör adatai rendelkezésre állnak, alkalmunk van további tájékozódásra is. Így például a **`margin`**`(Mo,No)` utasítással megnézhetjük a nyitott kör frekvenciafüggvényének *Bode*-diagramjait (4. ábra).

Ebből láthatóan a vágási körfrekvencia 0,15142 rad/s, a fázistöbblet 59,42$^0$.

A bemutatott méretezési eljárás természetes tulajdonsága, hogy a hagyományos, **másodfokú** algebrai törttel leírt **PID**-típusú szabályozó helyett itt olyan szabályozót kapunk, amelyben a polinomok fokszáma kettőnél lényegesen nagyobb is lehet. Ezért az analóg áramkörökkel történő realizálás nehézkes. Ha viszont a szabályozót a folyamatirányító digitális számítógépen futó program jeleníti meg, a magas fokszám már nem jelent lényeges problémát.

## A szabályozó hangolásának gyakorlati módszerei

A kompakt szabályozó szerkezeti kialakítása általában a **P-, I-** és **D**-tagok párhuzamos kapcsolását alkotó struktúra elvén épül fel (**PID**-szabályozó), a beállítható paraméterek a $K_c$ *(arányossági tartomány)*, a $T_I$ (*integrálási idő*) és $T_D$ (*differenciálási idő*) adatok. A struktúra mindhárom csatornája tetszőlegesen ki- vagy beiktatható. Ezzel – ugyanazon eszköz alkalmazásával – többféle szabályozótípus hozható létre. A szabályozás rendszertechnikai méretezéséhez (és ebben az aszimptotikus *Bode*-diagramok használatához) a **PI-** és **PD**-fokozat soros kapcsolásából álló struktúra az előnyös (ez lényegében a $W_c(s)$ átviteli függvény pólus – zérus alakjának felel meg), ezért a **PIPD**-alaknak a méretezéskor meghatározott $\boldsymbol{k_c}$, $\boldsymbol{T_i}$, $\boldsymbol{T_d}$ és $\boldsymbol{T}$ paramétereit át kell számolni a kompakt szabályozón beállítható **PID**[3]-alak $\boldsymbol{K_c}$, $\boldsymbol{T_I}$, $\boldsymbol{T_D}$, és $\boldsymbol{T}$ adataira.

A **PID**-szabályozó $\boldsymbol{K_c}$, $\boldsymbol{T_I}$, $\boldsymbol{T_D}$ paramétereinek beállítására számos olyan módszert is kidolgoztak, amelyek elvi lényege a zárt rendszeren végzett mérési eljárásokra (*Ziegler – Nichols* belengetéses módszere, *Aström* relés módszere stb.), ill. a folyamat kísérletileg meghatározott $v_p(t)$ átmeneti függvényének különféle közelítéseire (*Ziegler – Nichols*, *Oppelt*, *Chien – Hrones – Reswick*, *Aström – Hagglund, Strejc, Truxal, Reinisch, Frigyes* stb. módszerek) épülnek fel.

### Ziegler – Nichols módszere

A mérési eljárás feltételezi, hogy az üzemben lévő zárt szabályozási rendszert a szabályozó **I-** és **D**-csatornájának kikapcsolásával és a $K_c$-erősítés növelésével a stabilitás határhelyzetébe lehet hozni[4]. Ebben a stabilitási határhelyzetben üzemelő zárt szabályozási rendszerben a szabályozó kritikus átviteli tényezője $K_c = K_{ckrt}$, és a hatásláncon belüli minden belső jel $T_{KR}$ periódusidővel harmonikus lengőmozgást végez. *Ziegler – Nichols* a szabályozó paramétereit a $\boldsymbol{K_{ckrt}}$ és a $\boldsymbol{T_{KR}}$ mérési eredmények alapján az alábbi értékekre javasolja beállítani:

| Szabályozó típusa | $K_c$ | $T_I$ | $T_D$ |
|---|---|---|---|
| P | **0,50**$K_{ckrt}$ | | |
| PI | **0,45**$K_{ckrt}$ | **0,85**$T_{KR}$ | |
| PID | **0,60**$K_{ckrt}$ | **0,50**$T_{KR}$ | **1,25**$T_{KR}$ |

A szabályozó paramétereinek ilyen beállítása a zárt szabályozási rendszer $v_R(t)$ átmeneti függvényének kb. $\sigma \approx 40\%$ túllendülését eredményezi, ezért csak akkor használható, ha az alapjel, ill. a zavarójelek lassan változnak. A módszer fontos tulajdonsága, hogy nem igényli a folyamatmodell ismeretét, de végrehajtása nagy körültekintést igényel.

### Strejc módszere

*Strejc* egyik eljárása a szabályozott folyamat identifikált[5] $v_p(t)$ átmeneti függvényén alapszik. A folyamatot olyan matematikai modellel közelíti, amelynek átviteli függvénye *n* darab, egymással azonos időállandót tartalmaz:

$$W_p(s) = \frac{k_p}{(1+sT)^n}$$

Az ilyen átviteli függvénnyel rendelkező folyamathoz *Strejc* a szabályozó paramétereinek az alábbi értékeit javasolja beállítani:

| Szabályozó típusa | $K_c$ | $T_I$ | $T_D$ |
|---|---|---|---|
| P | $\frac{1}{k_p(n-1)}$ | | |
| PI | $\frac{n+2}{k_p(n-1)}$ | $\frac{T(n+2)}{3}$ | |
| PID | $\frac{7n+16}{k_p(n-2)}$ | $\frac{T(7n+16)}{15}$ | $\frac{T(n+1)(n+3)}{7n+16}$ |

Több, különféle folyamatmodellre vonatkozó beállítási szabály az irodalomban található[6].

A szabályozás klasszikus formája a soros kompenzáció, amikor a folyamattal soros kapcsolást alkotó szabályozó paramétereinek tervezett megválasztásával úgy alakítjuk a felnyitott hatáslánc dinamikus tulajdonságait, hogy a zárt szabályozás az értéktartási és követési követelményeknek megfeleljen. A **PID** szabályozási algoritmus egyrészt az állandósult hiba csökkentése érdekében integráló tulajdonságot visz a nyitott hurokba, másrészt a gyors működés eléréséhez két zérusával kompenzálja a folyamat két legnagyobb időállandójából származó pólusát. A minőségi követelmények kielégítéséhez egy más eljárás szerint a folyamat állapotváltozóinak a bemenetre történő visszacsatolásával is célt lehet elérni. Ennek előnye abban mutatkozik meg, hogy a folyamat pólusait (vagy időállandóit) tetszőlegesen módosíthatjuk, illetve a labilitást okozó pólusokat is a stabilis tartományba áthelyezhetjük. A cikksorozat soronkövetkező részeiben az állapotvisszacsatolással megvalósítható szabályozás témakörével foglalkozunk.

*(Folytatjuk!)*

**szbela12@gmail.com, fjuhaszne@gmail.com**

3 A szabályozó szerkezeti megvalósítása során a **P-, I-** és **D**-fokozatokon túlmenően sokféle járulékos berendezés is a szabályozó szerves részét képezi (energiaellátó egységek, a kézi – automatikus átkapcsolás berendezései, a beavatkozó szerv telítésekor az „elintegrálódást" megakadályozó áramkörök, analóg – digitál és digitál – analóg átalakítók, kezelőszervek és kijelzők, védelmek stb.).

4 A folyamatot felügyelő technológusok az ilyen kísérletekhez ritkán adják beleegyezésüket.

5 Folyamatidentifikáció: A folyamaton – megtervezett kísérletek alapján – végzett mérések eredményeinek feldolgozása a folyamat matematikai modelljének (például az átviteli függvényének) meghatározása céljából.

6 *Keviczky László – Bars Ruth – Hetthéssy Jenő – Barta András – Bányász Csilla:* Szabályozástechnika. Műegyetemi Kiadó 2006.