Szabályozástechnika 25.

A szabályozás rendszertechnikai méretezése – 4.

Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencné

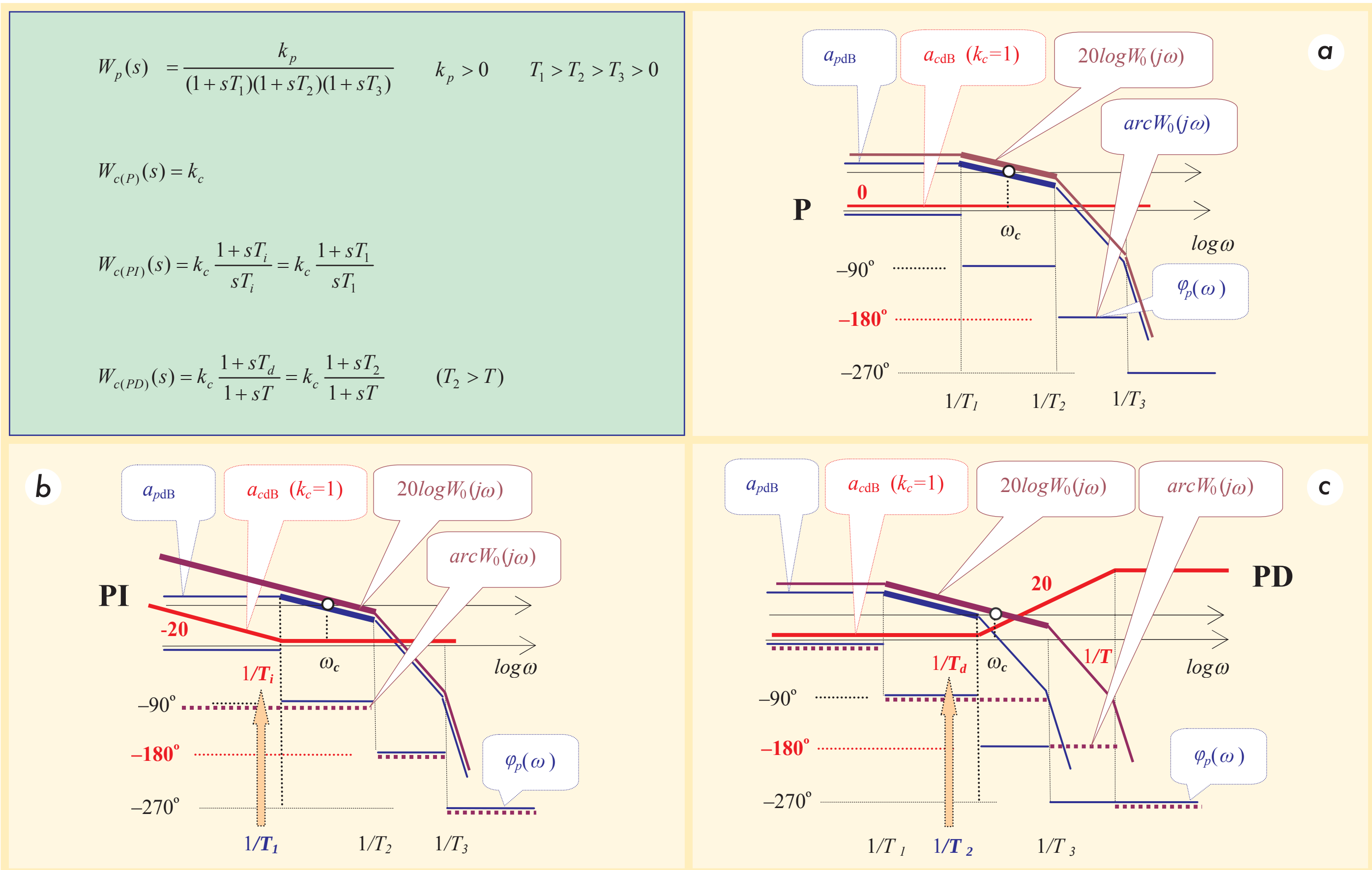
A szabályozó rendszertechnikai méretezésének folytatásaként tárgyaljuk a soros kompenzációs P-, PI-, PD-szabályozók alkalmazásait, a holtidős folyamatok szabályozóinak kiválasztási szempontjait, valamint a *Smith* által kidolgozott szabályozási struktúra tulajdonságait.

A P-, PD- és PI-szabályozó méretezése

A **PID**-szabályozó **I**-vagy **D**-csatornái a $T_I=\infty$ és $T_D=0$ paraméterbeállításokkal kiiktathatók. Az így előállított **P-**, **PI-** és **PD**-szabályozók paraméterei megválasztásának *elveit* az 1. ábrán szemléltetjük.

A **P**-szabályozás esetében (*a.* ábra) a szabályozó k_c erősítési tényezővel állítjuk be az ω_c vágási körfrekvenciát a $W_0(j\omega)$ amplitúdómenete –20 dB/dekád meredekségű szakaszának közepére. A **PI**-szabályozás esetében (*b.* ábra) a szabályozó T_i integrálási idejét $\boldsymbol{T_i=T_1}$-re kell választani, majd a k_c erősítési tényezővel állítjuk be az ω_c vágási körfrekvenciát a $W_0(j\omega)$ amplitúdómenete –20 dB/dekád meredekségű szakaszának olyan értékére, amely a megengedett fázistöbbletet is biztosítja. A **PD**-szabályozás esetében (*c.* ábra) a szabályozó T_d differenciálási idejét $\boldsymbol{T_d=T_2}$-re kell választani, majd a k_c erősítési tényezővel állítjuk be az ω_c vágási körfrekvenciát a $W_0(j\omega)$ amplitúdómenete –20 dB/dekád meredekségű szakaszának olyan értékére, amely az előírt fázistöbbletet biztosítja. A **PD-**fokozat ***T*** paraméterét a megengedett túlvezérlés alapján kell megválasztani.

1. ábra A P-, PI- és PD-szabályozók méretezési elvének szemléltetése a Bode-diagramokon



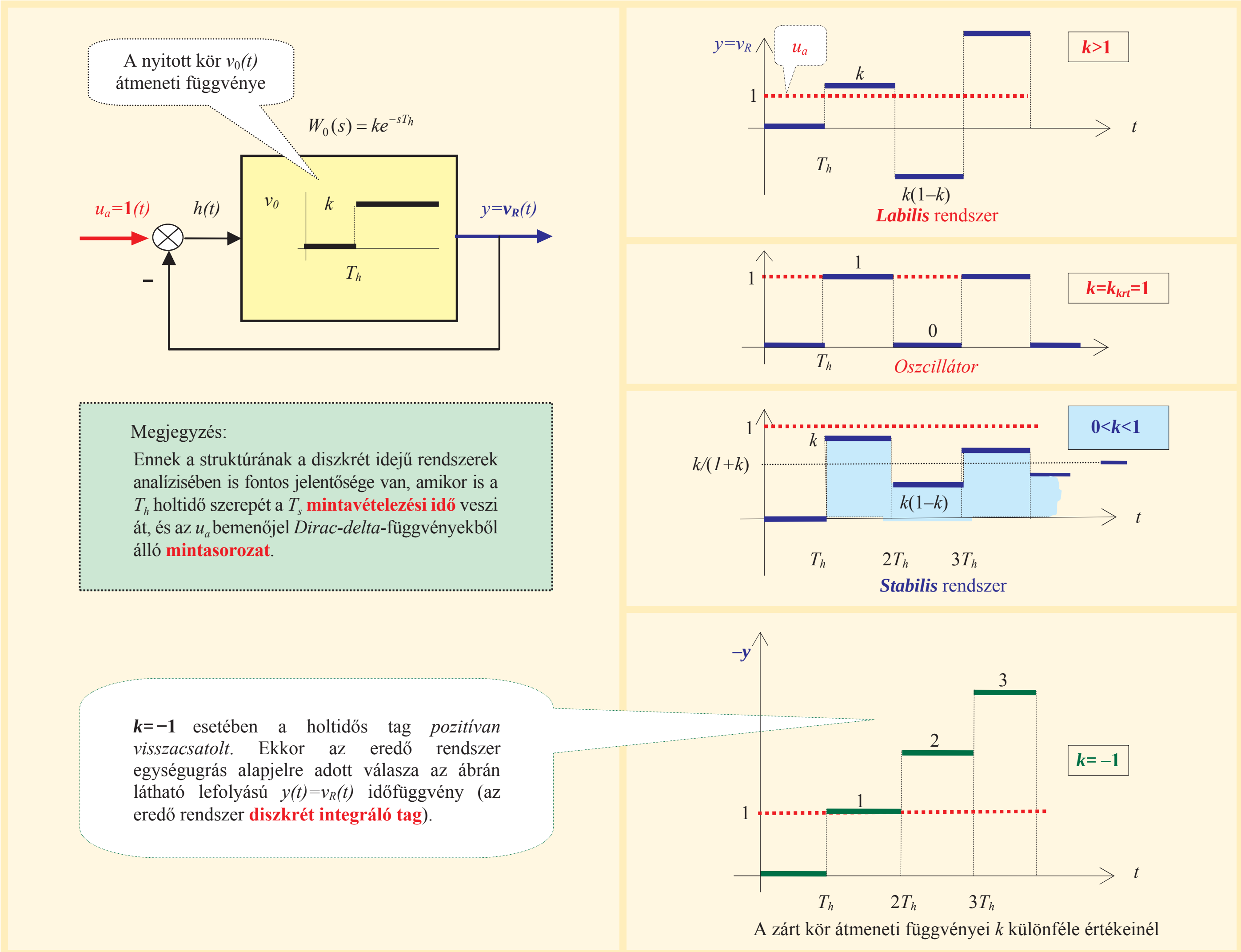
Holtidős folyamat szabályozása I-szabályozóval

Korábban már említettük, hogy abban az esetben, ha a folyamat időkésleltetéseiben a T_h holtidőnek van meghatározó szerepe, akkor ez komoly gondok okozója lehet. Ennek szemléltetésére elsőként egy olyan folyamat szabályozásával foglalkozunk, amelynek átviteli függvénye kizárólag holtidős késleltetést tartalmaz, vagyis $W_p(s)=k_p exp(-sT_h)$. Ehhez a folyamathoz $W_c(s)=k_c$ átviteli függvényű **P**-szabályozót alkalmazunk, és az arányos szabályozás $k=k_c k_p$ körerősítésének bevezetésével a nyitott kört holtidős tag – a zárt kört negatívan visszacsatolt holtidős tag – jellemzi (2. ábra). A nyitott és a zárt kör átviteli függvényei, valamint a zárt rendszer eredő átmeneti függvénye[1]:

$$W_0(s)=W_c(s)W_p(s)=ke^{-sT_h}$$

$$W_R(s)=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}=\frac{ke^{-sT_h}}{1+ke^{-sT_h}}$$

$$v_R(t)=y(t)=L^{-1}\left\{\frac{ke^{-sT_h}}{1+ke^{-sT_h}}\frac{1}{s}\right\}.$$



2. ábra Holtidős tag visszacsatolásával keletkező zárt rendszer tulajdonságai

Jelen struktúrában egyszerűbb közvetlenül az időtartományban áttekinteni a tranziens folyamatokat.

A zárt rendszer arányos (**0**-típusú) szabályozás, tranziens folyamatainak minőségében meghatározó szerepe van a nyitott kör $k=k_ck_p$ körerősítésének. Az $u_a(t)=\mathbf{1}(t)$ egységugrás jelet kapcsolva a zárt rendszer bemenetére, csak a T_h holtidő eltelte után jelenik meg a kimeneten a $y(T_h)=k$ értékű kimenőjel, aminek eredményeként a h hibajel is azonnal $h(T_h)=\mathbf{1}-k$ értékre vált. Ezt követően ismét holtidő telik el, amíg a kimeneten $h(2T_h)=k(\mathbf{1}-k)$ jel keletkezik stb. Az idő függvényében ábrázolt grafikonokból láthatóan $k>1$ esetén egy minden határon túl növekvő amplitúdójú lengésekkel keletkező kimenőjel jön létre, $k=1$ esetén a kimenőjel 0 és 1 értékek között $2T_h$ periódusidővel oszcillál (labilis zárt rendszerek). A $0<k<1$ közötti körerősítésnél a kimenőjel $t\to\infty$ esetén $k/(1+k)$ végértékéhez tartva az egyensúlyi értékére áll be (stabilis zárt rendszer). A zárt rendszer stabilitásának feltétele (az adott negatív visszacsatolású[2] holtidős struktúra esetén), hogy a k körerősítés az **egységnél kisebb legyen** (**$k<1$**). Ezért az arányos szabályozás megengedett körerősítése $k_{meg}\approx k_{krt}/2\approx 1/2$, és ennek megfelelően

$$y(\infty)=v_R(\infty)=\frac{k_{meg}}{1+k_{meg}}u_a(\infty)=\frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}u_a(\infty)=\frac{1}{3}u_a(\infty)=\frac{1}{3}$$

$$h(\infty)=u_a(\infty)-y(\infty)=(1-\frac{1}{3})u_a(\infty)=\frac{2}{3}u_a(\infty)=\frac{2}{3}\;.$$

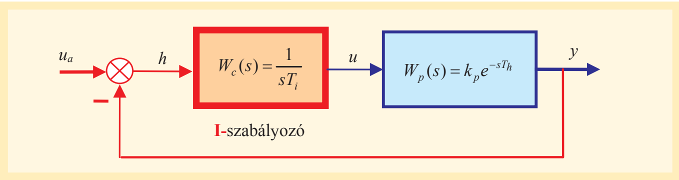
Az egységugrás alapjelre adott válaszból láthatóan jelentős mértékű az állandósult állapot $h(\infty)$ követési hibája, ami az igen alacsony ($k_{meg}\approx 1/2$) körerősítés következménye. A megengedett körerősítés alacsony értéke a zavarójel elhárításában is igen kedvezőtlen. Ha a zavarás hatása a szabályozott jellemzőre szabályozás nélkül $(\Delta y)_n$ lenne, akkor ugyanez a hatás zárt körben $\Delta y=(\Delta y)_n/(1+k_{meg})=(\Delta y)_n/(1+1/2)=2(\Delta y)_n/3$ értékű szabályozott jellemző változást eredményezne. Végső soron az adott struktúra igen „gyenge" értéktartási és zavarelhárítási képességekkel rendelkezik. Mindezek miatt a kizárólag holtidős késleltetésű folyamat szabályozására a **P**-szabályozó gyakorlatilag alkalmatlan[3].

A probléma feloldását jelenti a **P**-szabályozó helyett az **I**-szabályozó alkalmazása. Az így kialakított struktúra a 3. ábrán látható. Az integrálszabályozásnak természetesen aszimptotikusan stabilisnak kell lennie. Ennek teljesülése esetén a rendszer

[1] A zárt rendszer $y(t)=v_R(t)$ kimenőjelének meghatározásában a *Laplace*-transzformáció alkalmazásának most inkább hátránya, mint előnye van, amit az inverz transzformálandó függvény transzcendens tulajdonsága okoz.

[2] A stabilis rendszer átmeneti függvénye lengésekkel veszi fel az állandósult értékét. A 2. ábrán a $k=-1$ körerősítéshez tartozó eredő átmeneti függvényt is feltüntettük. Ekkor lényegében a holtidős tag egységnyi körerősítésű pozitív visszacsatolásáról van szó, ami egy *diszkrét integráló tag* tulajdonságainak felel meg.

[3] Szerencsére az sem gyakorlati eset, hogy a folyamat jelkésleltetését kizárólag a holtidő jelentené. Általában az energiatárolásból (T) és a holtidőből (T_h) származó késleltetések egyidejűleg vannak jelen, de lehetséges, hogy a holtidős késleltetés a meghatározó ($T_h>>T$).



3. ábra Holtidős folyamat szabályozása integráló szabályozóval

Vegyük észre, hogy a szabályozó T_i integrálási idejének *növelése* (az *u* irányítójelnek a holtidős folyamat bemenetére történő „*lassú adagolása*") stabilizálja a zárt rendszert. Miután az integrálási körerősítés $k_i=k_p/T_i$, ezért T_i növelése a k_i integrálási körerősítés *csökkentését* jelenti. A zárt rendszer eredő átmeneti függvényének tényleges alakulását szimulációs eljárással kaphatjuk. A folyamat $k_p=1$, $T_h=1$ paraméterei mellett a stabilitás határhelyzetében ($T_i=2/\pi$) lévő rendszer, valamint $\varphi_t=\pi/3$ (60º) fázistöbbletre méretezett rendszer ($T_i=6/\pi$) eseteire a zárt rendszer $v_R(t)$ átmeneti függvényeit a 5. ábra tartalmazza.

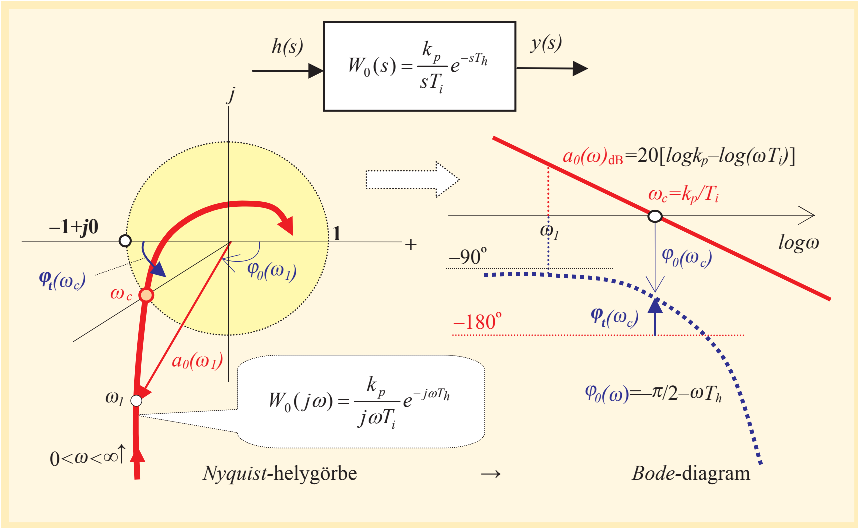
az ugrás szerint változó alapjelet zérus statikus hibával követi, és teljes mértékű zavarelhárítást végez, miután nyugalmi helyzetében a hibajel $h(\infty)$ végértéke zérus.

A nyitott és a zárt rendszer átviteli függvényei és a zárt rendszer eredő átmeneti függvénye:

$$W_0(s)=W_c(s)W_p(s)=\frac{1}{sT_i}k_p e^{-sT_h}$$

$$W_R(s)=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}=\frac{\frac{1}{sT_i}k_p e^{-sT_h}}{1+\frac{1}{sT_i}k_p e^{-sT_h}}$$

$$v_R(t)=y(t)=L^{-1}\left\{\frac{k_p e^{-sT_h}}{sT_i+k_p e^{-sT_h}}\frac{1}{s}\right\} .$$



4. ábra Holtidős folyamatot és integráló szabályozót tartalmazó nyitott kör frekvenciafüggvényei

Az inverz transzformáció a transzcendens kifejezés miatt most is nehézkes, és az időtartományban történő vizsgálat sem reménykeltő. Az i=**1**-típusú szabályozási rendszer $sT_i+k_p exp(-sT_h)=0$ karakterisztikus egyenlete transzcendens egyenlet, zérus helyeinek száma végtelen. Ezért a stabilitás vizsgálatára a *Nyquist*-kritérium alkalmazása a megfelelő eljárás. A nyitott kör frekvenciafüggvényeit a 4. ábra tartalmazza.

Az ábra alapján:

$$W_0(s)=W_c(s)W_p(s)=\frac{k_p}{sT_i}e^{-sT_h} \quad\Rightarrow$$

$$W_0(j\omega)=W_c(j\omega)W_p(j\omega)=\frac{k_p}{j\omega T_i}e^{-j\omega T_h}$$

$$a_0(\omega)=abs W_0(j\omega)=\frac{k_p}{\omega T_i}$$

$$\varphi_0(\omega)=arc W_0(j\omega)=-\frac{\pi}{2}-\omega T_h .$$

Az ω_c vágási körfrekvencián $a_0(\omega_c)=1$ és $\varphi_t(\omega_c)=\pi-\pi/2-\omega_c T_h=\pi/2-\omega_c T_h$. Ezért az előírt φ_t fázistöbbletnél a nyitott kör ω_c vágási körfrekvenciája és az **I**-szabályozó T_i integrálási ideje:

$$\omega_c=\frac{\frac{\pi}{2}-\varphi_t}{T_h} \quad\Rightarrow\quad T_i=\frac{k_p}{\omega_c}=\frac{k_p T_h}{\frac{\pi}{2}-\varphi_t} .$$

A stabilitás határhelyzetében $\varphi_t=0$ (0º), ill. megfelelő stabilitási tartalék mellett $\varphi_t=\pi/3$ (60º). Ezért:

$$\textit{stabilitási határhelyzetben:}\quad \omega_{ckrt}=\frac{\pi}{2T_h} \qquad T_{ikrt}=\frac{2k_pT_h}{\pi}$$

$$60^\circ\ \textit{fázistöbbletnél:}\quad \omega_{c60}=\frac{\pi}{6T_h} \qquad T_{i60}=\frac{6k_pT_h}{\pi} .$$

Figyeljük meg, hogy a stabilis rendszer szabályozott jellemzőjének $y(\infty)$ végértéke azonos az alapjel $u_a=1$ végértékével (mivel a szabályozó integráló tulajdonságú), ill. az adott $\varphi_t=\pi/3$ (60º) fázistöbbletnél a zárt rendszer átmeneti függvényének túllendülése elfogadható mértékű.

Holtidős folyamat szabályozása *Smith*-szabályozóval

Általában a folyamat dinamikájában a T_h holtidőn kívül az energiatárolásból származó és T_p időállandókkal jellemzett késleltetések is jelen vannak, és lehetséges, hogy a holtidő összemérhető a folyamat domináló időállandóival. A szabályozási rendszer struktúrájának egyfajta kialakítására a 6. ábra szerinti hatásvázlat is használható[4]. Ennek ismérve, hogy a folyamat $W_p(s)$ átviteli függvénye két $T(s)H(s)$ tényező[5] szorzatára van felbontva, és a szabályozó $W_c(s)$ átviteli függvénye pedig $T(s)[1-H(s)]$ átviteli függvényű taggal van negatívan visszacsatolva.

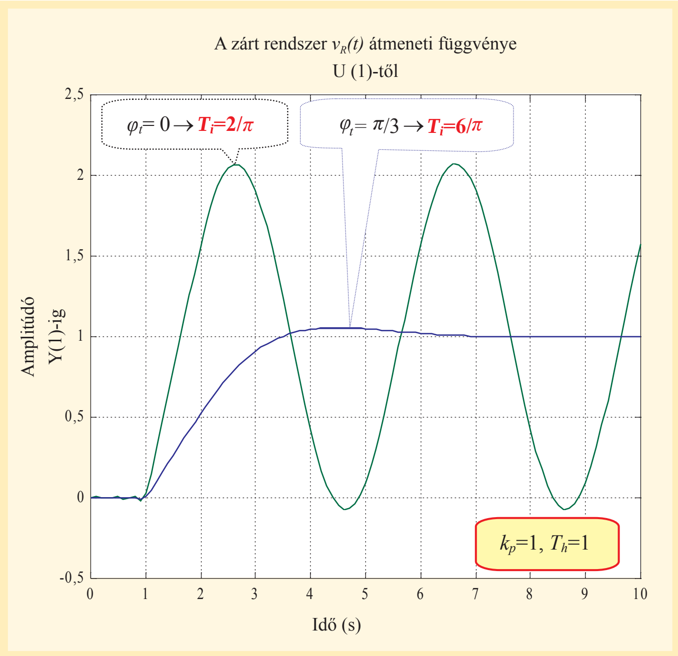
A folyamat $W_p(s)$ átviteli függvénye legyen $T(s)$ és $H(s)$ tényezőkre bonthatóan

$$W_p(s)=T(s)H(s)=\frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}e^{-sT_h}$$

$$T(s)=\frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)} \qquad H(s)=e^{-sT_h} ,$$

[4] Ezzel a struktúrával rendelkező szabályozási rendszert – kidolgozójáról elnevezve – *Smith*-szabályozásnak hívják.

[5] Ez a két tényező elvileg tetszőleges lehet, gyakorlati jelentősége azonban annak van, ha $T(s)$ az energiatárolásból származó késleltetéseket, a $H(s)=exp(-sT_h)$ a holtidős késleltetést jeleníti meg.



5. ábra Holtidős folyamat szabályozása I-szabályozóval

ahol *T(s)* az energiatárolásból származó, *H(s)* a holtidőből származó tényező. Ha az adott elrendezésben a $W_c(s)$ átviteli függvényű szabályozót a ***T****(s)*[1–***H****(s)*] átviteli függvényű taggal negatívan visszacsatoljuk, akkor az így keletkező szabályozási rendszer nyitott és zárt körének az eredő átviteli függvényei a 6. ábra alapján:

$$W_0(s) = \frac{W_c(s)}{1+W_c(s)T(s)[1-H(s)]}T(s)H(s)$$

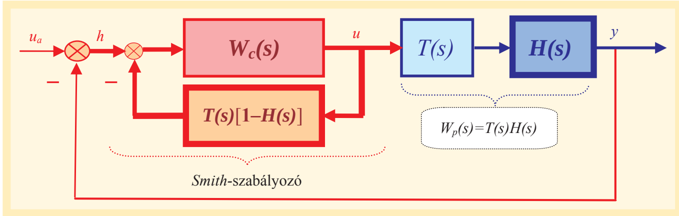
$$W_R(s) = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)} =$$

$$= \frac{\dfrac{W_c(s)}{1+W_c(s)T(s)[1-H(s)]}T(s)H(s)}{1+\dfrac{W_c(s)}{1+W_c(s)T(s)[1-H(s)]}T(s)H(s)} =$$

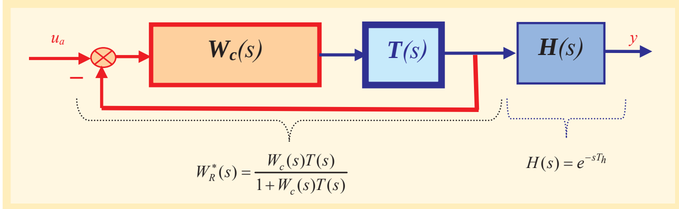
$$= \frac{W_c(s)T(s)}{1+W_c(s)T(s)}H(s) \qquad .$$

$W_R(s)$ kifejezéséből előállíthatjuk az eredeti struktúrával *egyenértékű* hatásvázlatot is (7. ábra).

Ebből a hatásvázlatból az a lényeges tulajdonság látszik, hogy a $H(s)=exp(-sT_h)$ tényező a zárt hurkon mintegy kívülre kerültnek tekinthető, és a hurokban kizárólag a folyamat energiatárolókat tartalmazó *T(s)* tényezője maradt. Mindezek eredményeként az egyenértékű rendszer nyitott körének eredő átviteli függvénye most $W_0^*(s)=W_c(s)T(s)$. A $W_c(s)$ átviteli függvény – az adott *T(s)* tényező ismeretében – a korábban tárgyalt soros kompenzáció elvén méretezhető, vagyis *$W_c(s)$ meghatározásakor a H(s) tényezővel jellemzett holtidős késleltetés figyelmen kívül hagyható*. Az a tény, hogy *H(s)* a hurokból mintegy kívülre került, problémát azért nem jelent, mert a holtidős késleltetés a zárt rendszer átmeneti függvényében egyébként is minden körülmények között jelen lenne. A nehézséget az okozza, hogy



6. ábra Holtidős folyamat szabályozása Smith-szabályozóval



7. ábra A Smith-féle prediktoros szabályozót tartalmazó rendszer egyenérték hatásvázlata

a *T(s)* tényezőhöz méretezett $W_c(s)$ soros kompenzációs szabályozót a *T(s)*[1–*H(s)*] átviteli függvényű taggal negatívan vissza kell csatolni. Ennek a visszacsatoló tagnak a realizálásában külön-külön meg kell alkotni a folyamat *T(s)* és *H(s)* tényezőinek megfelelő hardvereszközöket és a *T(s)*[1–*H(s)*] átviteli függvényű visszacsatolást realizáló fizikai berendezést. Analóg áramköri elemkészlettel *T(s)* létrehozásának van realitása, a *H(s)* holtidős késleltetés megvalósítása azonban csak közelítőleg lehetséges[6]. A 6. ábra ***u*** irányítójelét a $h=u_a-y$ hibajel feldolgozásával a *Smith* által kidolgozott szabályozási algoritmus szerint kell meghatározni. Ennek az ***s*** operátortartományban megjelenített alakja és a *Smith*-szabályozó $W_c^*(s)$ átviteli függvénye:

$$u(s) = \frac{W_c(s)}{1+T(s)[1-H(s)]W_c(s)}[u_a(s)-y(s)]$$

$$W_c^*(s) = \frac{W_c(s)}{1+W_c(s)T(s)[1-H(s)]} \qquad .$$

Ismételten hangsúlyozzuk, hogy a $W_c^*(s)$ megválasztásakor úgy kell eljárni, hogy a *T(s)* tényezőhöz méretezünk egy „klasszikus" soros kompenzációs $W_c(s)$ átviteli függvényű szabályozót, majd ennek, valamint a folyamat *T(s), H(s)* adatainak ismeretében realizáljuk a $W_c^*(s)$ átviteli függvényű *Smith*-szabályozót[7].

A $W_c(s)$ szabályozó visszacsatolásában szereplő *T(s)*[1-*H(s)*] átviteli függvényű visszacsatoló tag átmeneti függvénye a $t=0$ és $t=\infty$ helyeken felvett értékei $v_v(0)=v_v(\infty)=0$, vagyis egy differenciáló jellegű tagról van szó. Mindezek miatt ez a visszacsatolás kizárólag a rendszer tranziens folyamatai alatt játszik szerepet.

(Folytatjuk!)

szbela12@gmail.com, fjuhaszne@gmail.com

6 Mindezek miatt a *Smith*-struktúra elvén megvalósuló szabályozást akkor lehet előnyösen alkalmazni, ha a szabályozót folyamatirányító számítógép realizálja, amikor is a holtidős tényező megvalósítása nem jelent problémát.

7 A *Smith*-szabályozó kialakításában a $W_c(s)$ klasszikus soros kompenzációs szabályozó a *T(s)*[1–*H(s)*] taggal van negatívan visszacsatolva. Ennek a visszacsatoló tagnak van saját dinamikája, ennek tanulmányozását azonban az olvasóra bízzuk.