

Szabályozástechnika 24.

A szabályozás rendszertechnikai méretezése – 3.

Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencé

A $W(s)$ átviteli függvénnyel leírt szabályozási algoritmus meghatározására – felhasználva az előzőekben közölt méretezés alapképletét – közreadunk egy olyan MATLAB alatt futtatható számítógépes programot, amely a folyamat $W_p(s)$ átviteli függvény paramétereinek ismeretében, a fázisébblétre és a túlvezérlési arányra vonatkozó követelmények mellett kiszámítja a PIPD-szabályozó k_c, T_i, T_d, T adatait. A rendszertechnikai méretezés tényleges végrehajtását számpéldákkal is illusztráljuk.

A PIPD-szabályozó méretezését támogató MATLAB-program

```
clear;echo on;
%=====
% PIPD-szabályozó méretezése(sorozat3.m fájl)
% A méretező program felhasználja a meretezo.m
% fájlt.
%=====
% A méretezés
%=====
global T1 T2 T3 T4 T5 T6 Th ft ut tg
% A folyamat paramétereit és a méretezés követel
% ményei
kp=input('kp=');Th=input('Th=');T1=input('T1=');
T2=input('T2=');
T3=input('T3=');T4=input('T4=');T5=input('T5=');
T6=input('T6=');
ft=input('ft=');ut=input('ut=');
wci=1/T2;
wc=fzero('meretezo',wci);
T=tg/wc;kc=ut*T/(kp*T2);Ti=T1;Td=T2;
disp([kc Ti Td T wc]);
Gc=kc*conv([T1 1],[Td 1]);Hc=conv([T1 0],[T 1]);
printsys(Gc,Hc,'s');pause;% A PIPD szabályozó
Kc=kc*(Ti+Td-T)/Ti;TI=Ti+Td-T;TD=(Ti-T)*(Td-T)/...
(Ti+Td-T);
disp([Kc TI TD T]);pause;
GC=Kc*[TI*(TD+T) TI+T 1];HC=[TI*T T 0];
printsys(GC,HC,'s');pause;% A PID szabályozó
disp('A méretezés vége')
%=====
% A méretezés ellenőrzése
%=====
[Gh,Hh]=pade(Th,5);
GT=kp;HT=conv([T1 1],conv([T2 1],conv([T3 1]...
,conv([T4 1],conv([T5 1],[T6 1]))));
[Gp,Hp]=series(Gh,Hh,GT,HT);
grid on;
step(Gp,Hp);title('A folyamat vp(t) átmeneti...
függvénye');pause;
Gc=kc*conv([T1 1],[T2 1]);Hc=conv([T1 0],[T 1]);
step(Gc,Hc);title('A szabályozó vc(t) átmeneti...
```

```
függvénye');pause;
[G0,H0]=series(Gc,Hc,Gp,Hp);
[GR,HR]=cloop(G0,H0);
[GRu,HRu]=feedback(Gc,Hc,Gp,Hp);
t=linspace(0,5*(Th+T1+T2),100);
y=step(GR,HR,t);
u=step(GRu,HRu,t);
plot(t,y,t,u);
title('A zárt rendszer vR(t) átmeneti függvénye...
és az u(t) irányító jel');
grid;pause;grid off;
margin(G0,H0);
disp('Az ellenőrzés vége');
disp('vége');
```

A méretező.m fájl:

```
function f=meretezo(w)
global T1 T2 T3 T4 T5 T6 Th ft ut tg
tg=tan((pi/2-ft)-atan(w*T3)-atan(w*T4)-...
atan(w*T5)-atan(w*T6)-w*Th);
sa=ut*tg;ne=w^2*T1*T2*sqrt((1+tg^2)*...
(1+(w*T3)^2)*(1+(w*T4)^2)*...
(1+(w*T5)^2)*(1+(w*T6)^2));
f=sa/ne-1;
end
```

Példa

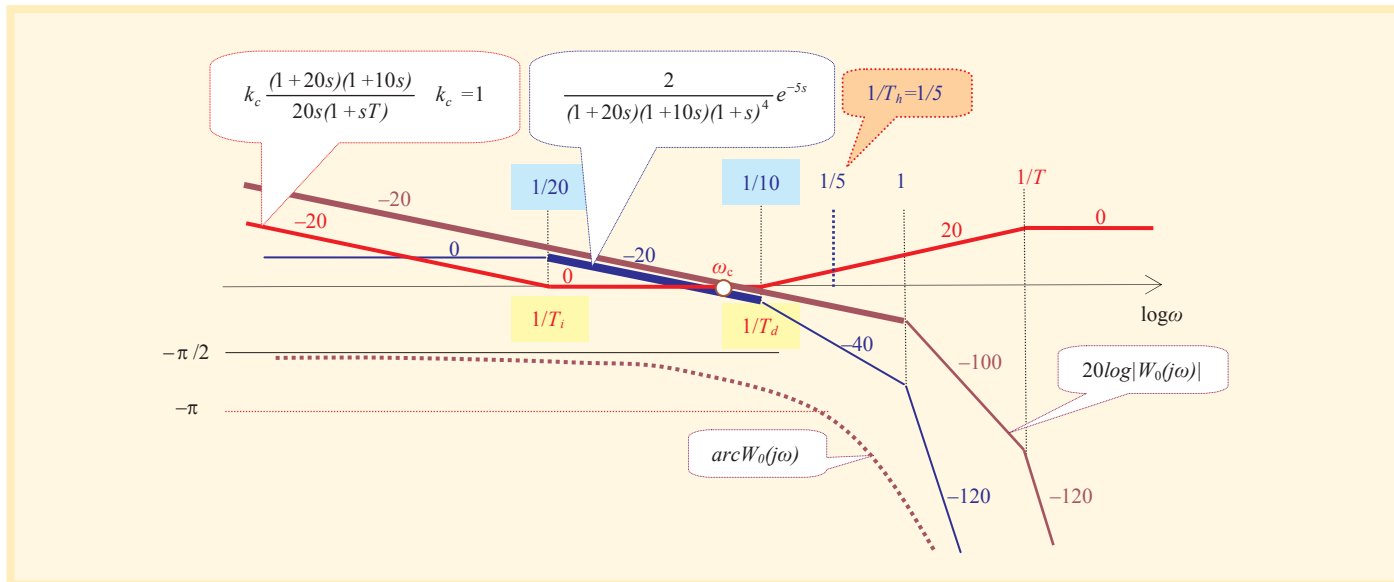
Az önbeálló folyamat átviteli függvénye és az ebben szereplő paraméterek:

$$W_p(s) = \frac{k_p}{\prod_{p=1}^6 (1+sT_p)} e^{-sT_h} = \frac{2}{(1+20s)(1+10s)(1+s)^4} e^{-5s}$$

$$k_p = 2, \quad T_1 = 20, \quad T_2 = 10, \quad T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 1, \quad T_h = 5.$$

Határozzuk meg a

$$W_c(s) = k_c \frac{(1+sT_i)(1+sT_d)}{sT_i(1+sT)}$$



1. ábra A $W_c(j\omega)$, $W_p(j\omega)$ és $W_0(j\omega)$ frekvenciafüggvények aszimptotikus amplitúdómenetei és a $W_0(j\omega)$ fázismenete

átviteli függvényű PIPD-szabályozó k_c , T_i , T_d és T paramétereit az alábbi feltételek alapján:

- A T_i integrálási és a T_d differenciálási idővel kompenzáljuk a folyamat két legnagyobb időállandójából származó pólusát.
- A felnyitott kör $W_0(j\omega)$ frekvenciafüggvényének $\varphi_i(\omega_c) = \pi/3$ (60°) fázistöbblete legyen.
- A túlvezérlési arány előírt értéke $u_i = 10$.

Megoldás

A méretezési feladat megoldásának menetét az aszimptotikus Bode-diagramon szemléltetjük¹ (1. ábra). A nyitott kör átviteli függvénye:

$$W_0(s) = W_c W_p = k_c \frac{(1 + sT_i)(1 + sT_d)}{sT_i(1 + sT)} \prod_{p=1}^6 \frac{k_p}{(1 + sT_p)} e^{-sT_h}$$

$T_i = T_1 = 20$, $T_d = T_2 = 10$ választása mellett:

$$W_0(s) = k_c \frac{(1 + 20s)(1 + 10s)}{20s(1 + sT)} \frac{2}{(1 + 20s)(1 + 10s)(1 + s)^4} e^{-5s} = \frac{2k_c}{20s(1 + sT)(1 + s)^4} e^{-5s}$$

Az 1. ábra alapján láthatjuk, hogy $T_i = T_1$, $T_d = T_2$ választása esetén a nyitott kör frekvenciafüggvényének amplitúdómenetét úgy alakíthatjuk, hogy az alacsonyfrekvenciás tartományban egy viszonylag hosszú, -20 dB/dekád meredekségű szakaszt kapjunk. Erre a szakaszra kell az ω_c vágási körfrekvenciának esnie olyan érték mellett, hogy a $\varphi_i(\omega_c)$ fázistöbbletre vonatkozó követelményt is betartsuk. Az irányítójel u_i túlvezérlési arányára a szabályozó PD-fokozatának van alapvető befolyása, ami a T paraméter megválasztásában játszik szerepet. A méretezést – legalábbis közelítőleg – az aszimptotikus Bode-diagramok alapján is elvégezhetnénk, a számítógépes lehetőségek eredményeként

¹ Az aszimptotikus amplitúdómenet egyes szakaszainak meredekségeit (pl. -20 dB/dekád) az ábrán jelöltük.

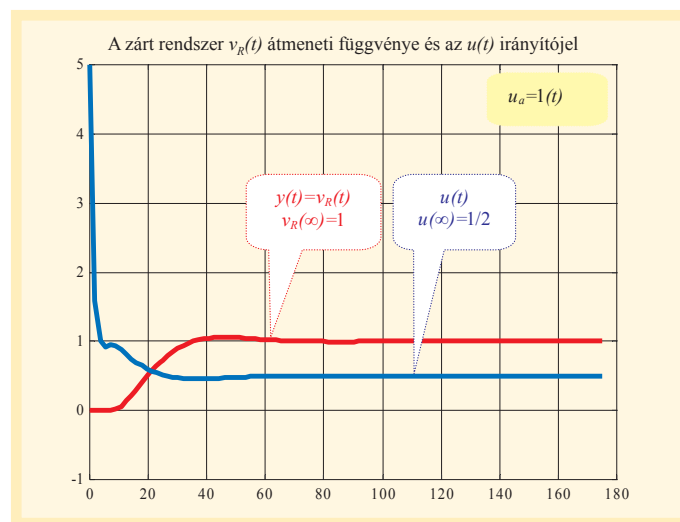
ma már a pontos értékekkel dolgozhatunk². A pontos számítás eredményei (a sorozat3.m elnevezésű MATLAB-fájl felhasználásával):

$$W_{c(PIPD)} = k_c \frac{(1 + sT_i)(1 + sT_d)}{sT_i(1 + sT)} = 0,5249 \frac{(1 + 20s)}{20s} \frac{(1 + 10s)}{(1 + 1,0497s)}$$

$$W_{c(PID)} = K_c \left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + sT} \right) = 0,7598 \left(1 + \frac{1}{28,9503s} + \frac{5,8587s}{1 + 1,0497s} \right)$$

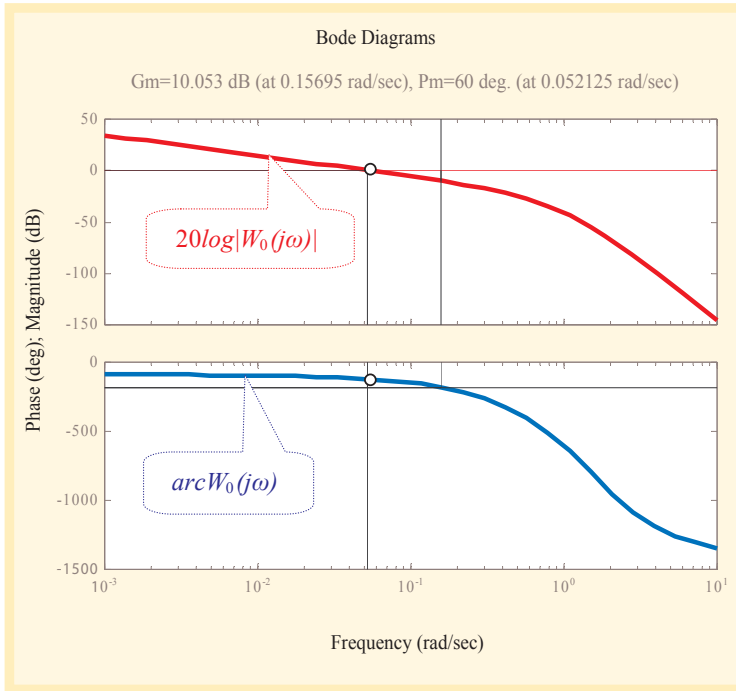
ahol $\omega_c = 0,0521$, $\varphi_i(\omega_c) = 60^\circ$, és $u_i = u(0)/u(\infty) = 0,5249 \cdot 2 \cdot 10 / 1,0497 = 0,7598(1 + 5,8589/1,0497)2 = 10$.

A futási eredményekből a zárt szabályozási rendszer $u_a(t) = 1(t)$ egységugrás alapjelre adott $u(t)$ és $y(t) = v_R(t)$ válaszait, valamint a nyitott kör frekvenciafüggvényének Bode-diagramjait adjuk meg (2. és 3. ábrák). Ezek jól szemléltetik a méretezett szabályozóval üzemelő rendszer tulajdonságait.



2. ábra A zárt rendszer átmeneti függvénye és az $u(t)$ irányítójel (plot (t, y, t, u) ;)

² Az aszimptotikus Bode-diagramok a szabályozó méretezésében mára már elvesztették jelentőségüket, mivel a számítástechnikai szolgáltatások lehetőséget adnak a frekvenciafüggvény pontos értékeivel történő eljárások alkalmazására. Az aszimptotikus Bode-diagramok azonban a frekvenciafüggvény menetének szemléltetésében, a szabályozó paraméterválasztásainak indoklásában továbbra is kiválóan használhatóak.



3. ábra A nyitott kör Bode-diagramjai (margin (G0, H0) ;)

Megjegyzés

Az idődiagramokból láthatóan az *integrálszabályozás* eredményeként $y(\infty)=u_a(\infty)=1$, ami csak úgy lehetséges, ha $u(\infty)=1/k_p=1/2$. Miután $u(0)=5$, a túlvezérlési arány $u_t=u(0)/u(\infty)=10$.

A Bode-diagram fázismenete – a holtidős tényező ötödfokú Pade-közelítése miatt – $\omega \rightarrow \infty$ mellett nem $\varphi(\infty)=-\infty$ értékhez tart, hanem $-(6+10)\pi/2=-25,1327$ radiánhoz (-1440° -hoz). Ennek ellenére az ω_c környezetében a közelítés kielégítően pontos.

A méretezésnek egyszerűbb változata is lehet, ha a **PIPD**-szabályozó **PD**-fokozatának T időállandóját $T=T_d/10$ értékre vesszük fel³. Ebben az esetben ugyan a túlvezérlési arányra követelményt nem tehetünk, de méretezni csupán a szabályozó k_c paraméterét kell. Részletezzve:

$$\begin{aligned}
 W_0(s) &= W_c(s)W_p(s) = \\
 &= k_c \frac{(1+sT_i)(1+sT_d)}{sT_i(1+sT_d/10)} \Bigg|_{\substack{T_i=T_i \\ T_d=T_d}} \frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2) \prod_{p=3}^m (1+sT_p)} e^{-sT_h} = \\
 &= k_c \frac{(1+sT_1)(1+sT_2)}{sT_i(1+s\frac{T_2}{10})} \frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2) \prod_{p=3}^m (1+sT_p)} e^{-sT_h} = \\
 &= \frac{k_c k_p}{sT_i(1+s\frac{T_2}{10}) \prod_{p=3}^m (1+sT_p)} e^{-sT_h} .
 \end{aligned}$$

A $W_0(j\omega)$ képletéből látható, hogy ennek $\varphi_0(\omega)=\text{arc}W_0(j\omega)$ fázismenete nem függ a szabályozó k_c átviteli tényezőjétől, és ezért a $\varphi_t=\pi+\varphi_0(\omega_c)$ egyenletből (φ_t előírt értéke mellett) ω_c meghatározható (lásd 4. ábra).

³ A $T_d/T=10$ választással a **PIPD**-szabályozó **PD**-fokozatának túlvezérlését korlátozzuk.
⁴ $\varphi_t=\pi+\varphi_0(\omega_c)$ egyenlet ω_c -re történő megoldásának egy módszere: a $\varphi_0 - \omega$ koordináta-rendszerben ábrázoljuk a nyitott kör frekvenciafüggvényének $\varphi_0(\omega)=\text{arc}W_0(j\omega)$ fázismenetét (lásd 3. ábra), és ezen megkeressük az ω körfrekvenciának azt az ω_k értékét, amelynél a $\varphi_0(\omega_k)$ biztosítja a $\varphi_t=\pi+\varphi_0(\omega_k)$ fázistöbblet előírásnak megfelelő értékét. Ez az $\omega_k=\omega_c$ kell hogy legyen a $W_0(j\omega)$ frekvenciafüggvény vágási körfrekvenciája.

Az ω_c ismeretében az $a_0(\omega_c)=\text{abs}W_0(j\omega_c)=1$ amplitúdó-feltételből a k_c már egy egyszerű behelyettesítéssel kiszámítható. A méretezés alapképleteit az adott folyamatra és szabályozóra alkalmazva:

$$\begin{aligned}
 \pi + \text{arc}W_0(j\omega_c) &= \pi - \left[\frac{\pi}{2} + \text{arctg}(\omega_c \frac{T_2}{10}) + \sum_{p=3}^m \text{arctg}(\omega_c T_p) + \omega_c T_h \right] = \varphi_t \\
 \text{abs}W_0(j\omega_c) &= \frac{k_c k_p}{\omega_c T_1 \sqrt{[1 + (\omega_c \frac{T_2}{10})^2]} \prod_{p=3}^m [1 + (\omega_c T_p)^2]} = 1
 \end{aligned}$$

Az első egyenletet ω_c -re kell megoldani. Az ω_c vágási körfrekvencia ismeretében a második egyenletből a szabályozó k_c átviteli tényezője és a túlvezérlési arány:

$$\begin{aligned}
 k_c &= \frac{\omega_c T_1 \sqrt{[1 + (\omega_c \frac{T_2}{10})^2]} \prod_{p=3}^m [1 + (\omega_c T_p)^2]}{k_p} \\
 u_t &= k_c k_p \frac{T_d}{T} = k_c k_p \frac{T_2}{T_2} = 10 k_c k_p .
 \end{aligned}$$

A túlvezérlési arány most mintegy „kiadódik”.

Példa

Az előző feladatban definiált folyamathoz tervezzük meg a

$$W_c(s) = k_c \frac{(1+sT_i)(1+sT_d)}{sT_i(1+s\frac{T_d}{10})}$$

átviteli függvényű **PIPD**-szabályozó paramétereit olyan módon, hogy a felnyitott kör $W_0(j\omega)$ frekvenciafüggvényének $\varphi_t(\omega_c)=\pi/3$ (60°) fázistöbblete legyen. A tervezett szabályozó adataival üzemelő rendszerben mekkora a túlvezérlési arány?

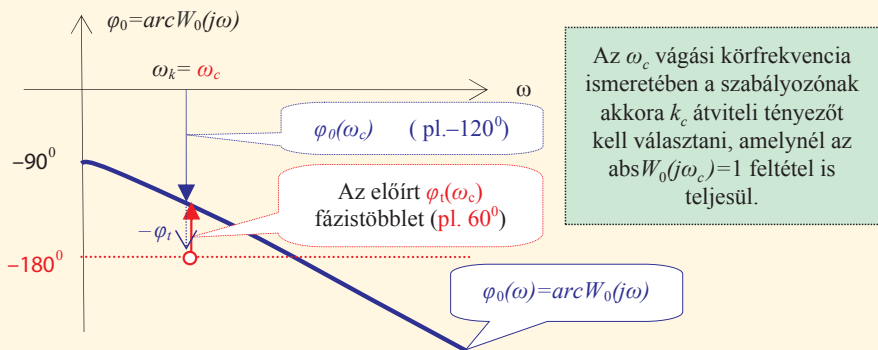
Megoldás

$$\begin{aligned}
 W_0(s) &= W_c W_p = k_c \frac{(1+sT_i)(1+sT_d)}{sT_i(1+s\frac{T_d}{10})} \frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2) \prod_{p=3}^6 (1+sT_p)} e^{-sT_h} \\
 W_0(s) &= k_c \frac{(1+20s)(1+10s)}{20s(1+s)} \frac{2}{(1+20s)(1+10s)(1+s)^4} e^{-5s} = \frac{2k_c}{20s(1+s)^5} e^{-5s}
 \end{aligned}$$

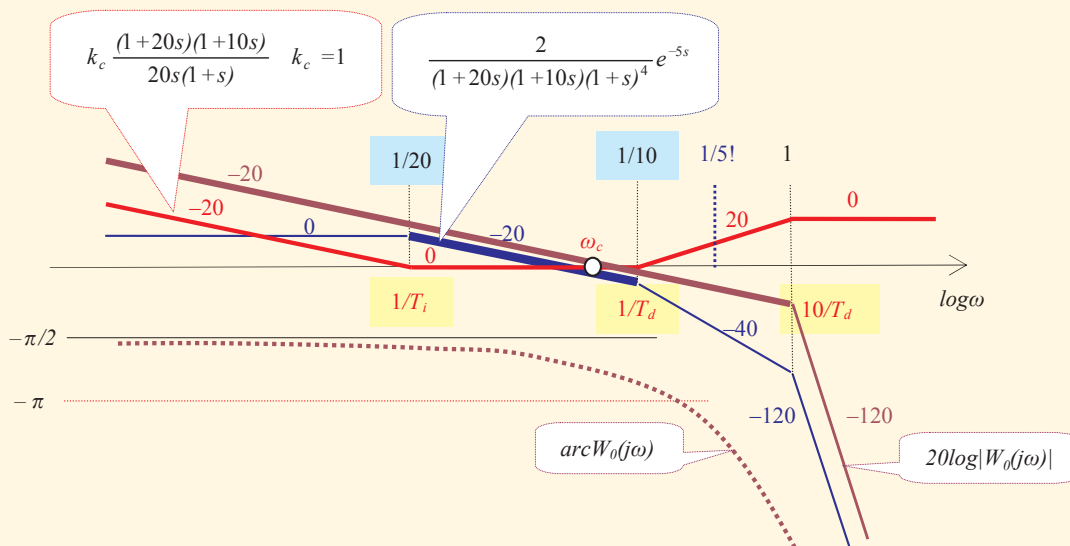
A $W_0(j\omega)$ frekvenciafüggvény aszimptotikus Bode-diagramjait az 5. ábra tartalmazza.

A fázisfeltételből származó egyenletek:

$$\begin{aligned}
 \varphi_0(\omega) &= \text{arc}W_0(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - 5\text{arctg}(\omega) - 5\omega \\
 \varphi_t &= \pi + \varphi_0(\omega_c) = \pi - \frac{\pi}{2} - 5\text{arctg}(\omega_c) - 5\omega_c = \frac{\pi}{3}
 \end{aligned}$$



4. ábra A nyitott kör $W_0(j\omega)$ frekvenciafüggvényének $\text{arc}W_0(j\omega)$ fázismenete

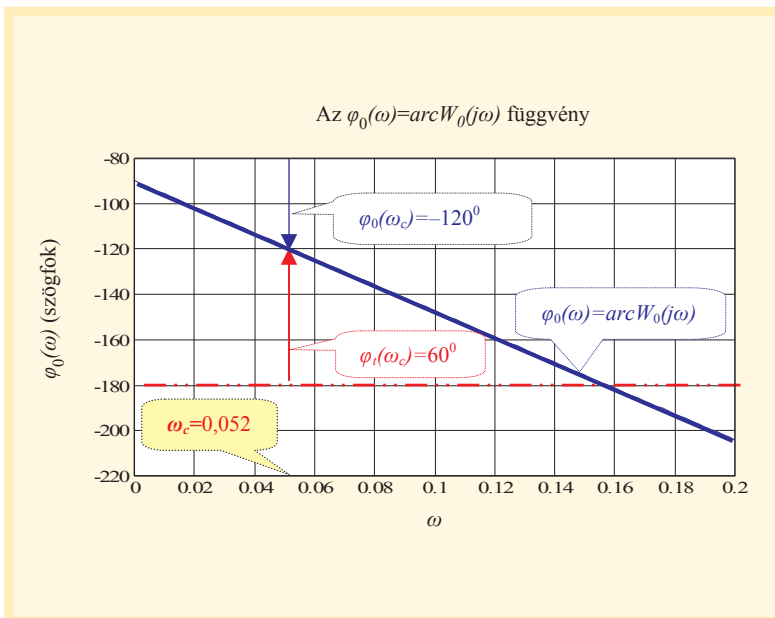


5. ábra A $W_c(j\omega)$, $W_p(j\omega)$ és $W_0(j\omega)$ frekvenciafüggvények aszimptotikus amplitúdómenetei és $W_0(j\omega)$ fázismenete $T_d/10$ mellett

A $\varphi_0(\omega)$ fázismenet grafikonja a 6. ábrán látható.

A kb. -120° fázisszöghöz (amikor is a fázistöbblet kb. 60°) tartozó körfrekvencia 0,0524. Ennek ismeretében a szabályozó k_c átviteli tényezőjét és az u_i túlvezérlési arányt már könnyen meghatározhatjuk. Az adott esetben ezek: $k_c=0,5247$ és $u_i=10,4944$.

6. ábra A fázismenet



Összefoglalás

Figyeljük meg az 1. és 5. ábrán a frekvenciafüggvények amplitúdómeneteinek és fázismeneteinek hasonlóságát és különbözőségét. Az 1. ábrán a szabályozó PD-fokozatának T időállandója nincs számszerűen definiálva, ennek értékét a túlvezérlési arányra vonatkozó feltételből a közölt MATLAB program számítja ki. Az 5. ábrán ezzel szemben viszont a PD-fokozat T időállandója $T=T_d/10=T_i/10$ szerint egy rögzített érték, ezért a túlvezérlési arányra vonatkozó feltétel nem előírható méretezési követelmény.

(Folytatjuk!)

szbela12@gmail.com, fjuhaszne@gmail.com