

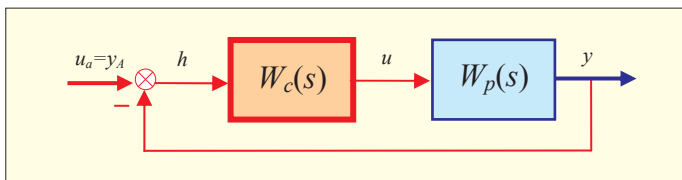
Szabályozástechnika 22.

A szabályozás rendszerteknikai méretezése – 1.

Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencné

A szabályozás rendszerteknikai méretezésének alapesete az ún. soros kompenzáció, amikor is a szabályozási hurok alrendszerei (a szabályozó berendezést és a szabályozott folyamatot absztraháló jelátvivő tagok) egy negatívan visszacsatolt hatáslánc belsejében soros kapcsolást alkotnak. A rendszerteknikai méretezésben részletesen tárgyaljuk, hogy a $W_p(s)$ átviteli függvényével definiált adott folyamathoz miként lehet egy szisztematikus eljárás keretei között megtervezni a PID-szabályozó $W_c(s)$ átviteli függvényének paramétereit.

A szabályozási rendszer egyszerűsített hatásvázlata az 1. ábrán látható. Az egységnyi átviteli tényezőjű, merev visszacsatolás következményeként az érzékelés átviteli tényezője $A_E=1$, és ezért az u_a alapjel az y_A alapértékkel azonos.



1. ábra A szabályozási rendszer egyszerűsített hatásvázlata

A továbbiakban a rendszerteknikai méretezéshez a szabályozási rendszernek ezt a hatásvázlatát használjuk. A struktúrában szereplő alrendszerekről feltételezzük, hogy dinamikus tulajdonságaikat leíró $W_c(s)$ és $W_p(s)$ átviteli függvényük az alábbi kifejezések¹:

$$W_c(s) = K_c \underbrace{\left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_D}{1+sT}\right)}_{\text{PID alak}} = k_c \underbrace{\frac{(1+sT_i)(1+sT_d)}{sT_i(1+sT)}}_{\text{PIPD alak}}$$

$$W_p(s) = \frac{k_p}{\prod_{p=1}^m (1+sT_p)} e^{-sT_h} = \frac{k_p}{\underbrace{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)\dots(1+sT_m)}_{\text{energiatárolók okozta késleltetések}}} e^{-sT_h}$$

A szabályozó $W_c(s)$ átviteli függvényének PID-alakja egymással párhuzamos kapcsolást alkotó P-, I-, és DT-tagokat² jelent, szemben a PIPD-alakkal, ami PI-és PD-tagok soros kapcsolásából származtatható³. A két alak a paraméterek egy meghatározott értékénél egymással egyenértékű. A PID-alakból a szabályozó átmeneti függvényét lehet egyszerűen felírni, a PIPD-alak a szabályozó méretezésében használható⁴. A PIPD-alak k_c, T_p, T_d, T

paramétereiből az egyenértékű PID-alak K_c, T_p, T_d, T paramétereit az alábbi módon számíthatók:

$$K_c = k_c \frac{T_i + T_d - T}{T_i} \quad T_D = \frac{(T_i - T)(T_d - T)}{T_i + T_d - T}$$

$$T_I = T_i + T_d - T \quad T = T$$

A kétféle alak hatásvázlata a 2a. ábrán látható.

A PID-szabályozó műveleti erősítővel felépített áramkört kialakítása a hatásvázlatának megfelelően tervezhető (2b. ábra). A kapcsolás előnyös tulajdonsága, hogy a K_c, T_p, T_d és T paraméterek egymástól függetlenül beállíthatók.

Az egymással soros kapcsolást alkotó PI- és PD-struktúrának megfelelően felépített PIPD-szabályozó jellegzetes tulajdonsága, hogy áramkört kialakítása egy műveleti erősítővel felépíthető (2c. ábra).

Az aszimptotikusan stabilis (és aperiodikusan önbeálló) folyamat matematikai modelljében a $T_1 > T_2 > T_3 > \dots > T_m > 0$ időállandók az energiatárolásból származtatható jelkésleltetéseket jellemzik, a $T_h > 0$ a holtidő okozta késleltetés. A folyamat átmeneti függvénye és ennek lineáris szabályozási területe⁵:

$$v_p(t) = L^{-1} \left\{ \frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2)\dots(1+sT_m)} e^{-sT_h} \frac{1}{s} \right\}$$

$$I_H = \int_{t=0}^{\infty} [k_p - v_p(t)] dt = k_p(T_h + T_1 + T_2 + \dots + T_m) = k_p(T_h + \sum_1^m T_p)$$

Ábrán szemléltetve (3. ábra).

ből az átviteli függvény zérusai $(-1/T_p, -1/T_d)$ és pólusai $(0, -1/T)$ közvetlenül leolvashatók. Ez azért kedvező, mert a zérus – pólus kiejtés elvén a T_i és T_d paraméterek a szakasz időállandóinak ismeretében közvetlenül megválaszthatók. A PID-alak elsődlegesen a szerkezeti realizációban használható, ebben ugyanis a P-, I-, és DT-csatornák paramétereit egymástól függetlenül állíthatók, ill. az egyes csatornák egyszerű paraméterállításal kiiktathatók (az I-csatorna kiiktatása $T_i = \infty$ beállításával, a DT-csatorna kiiktatása $T_d = 0$ beállításával történik). Ezért az univerzális, ún. kompakt szabályozó alkalmazásával – a PID-szabályozón kívül – a P-, I-, PI-, PD-szabályozók is létrehozhatók. A PID-struktúra hatásvázlata alapján láthatjuk, hogy a differenciáló csatorna az arányos tagnak integráló tagon keresztül történő negatív visszacsatolásával realizálható. A PIPD-alak paramétereit $T_i > T_d > T > 0$ értékek, a PD-fokozat T időállandója a realizálhatóság szükségszerű velejárója. A DT jelentése: egytárolós differenciáló tag.

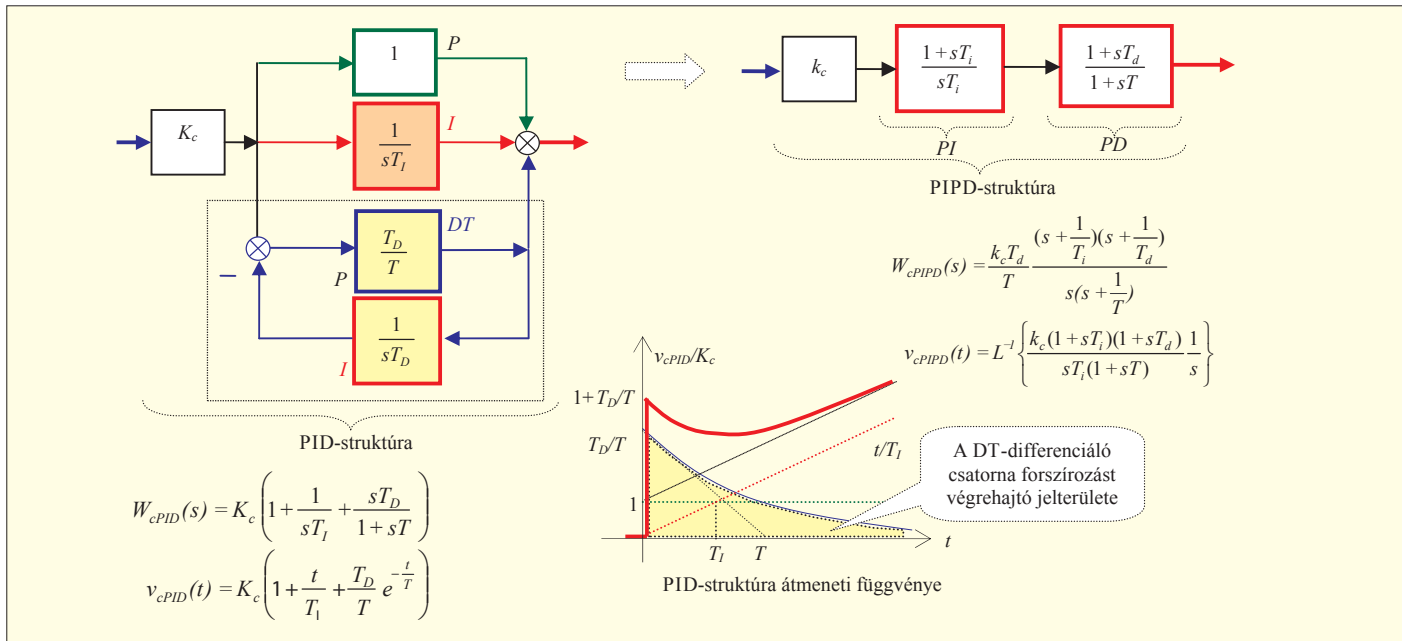
⁵ A lineáris szabályozási terület (az aperiodikus folyamatok jelkésleltetésének egyik mérőszáma) jellemzi az önbeálló folyamat y szabályozott jellemzőjének teljes késleltetését az ugrás szerint változó u irányítójelhez képest (a képlet levezetését az olvasóra bizzuk).

¹ Az alrendszerek átviteli függvényeinek azért nem az általános, normál alakjaival (polinomok hányadosa, gyöktényezős alak, részlettörtes alak) dolgozunk, mert ezzel is a gyakorlati problémáknak megfelelő esetek tárgyalását kívánjuk előtérbe helyezni, amikor is a szabályozó rendszerint PID-struktúra szerint épül fel, a folyamatot pedig az önbeállóság és az energiatárolásból, valamint a holtidőből származó késleltetések jellemzik. A teljesen általános esetet – amikor is a folyamat alrendszere labilis pólusokat és pozitív, valószínű zérusokat is tartalmazó, nem minimumfázisú polinom – a Függelékben tárgyaljuk.

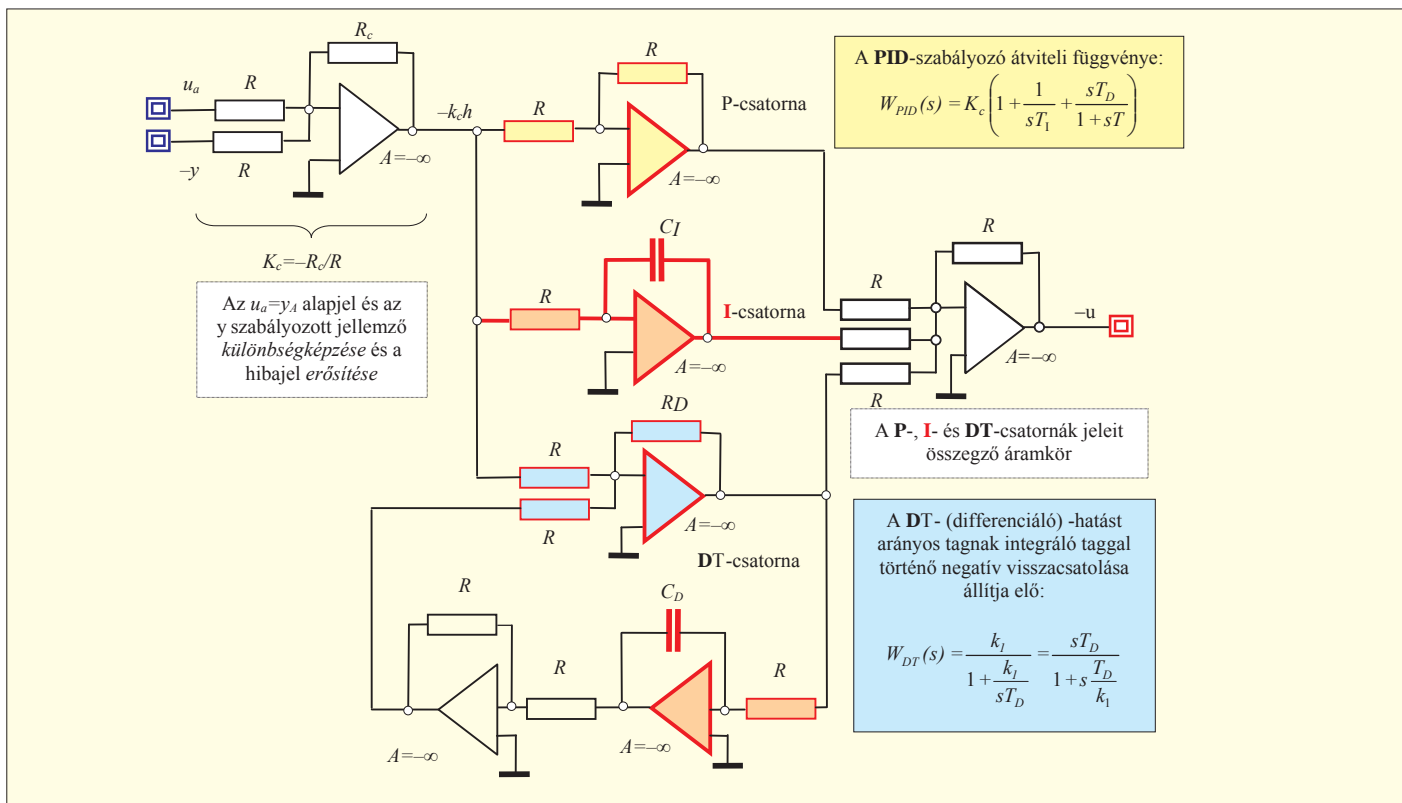
² A PID-alak differenciáló fokozata – a realizálhatósági követelményeknek megfelelően – egytárolós DT-tagot tartalmaz (2a. ábra). A paraméterek értékei: $K_c > 0, T_p > 0, T_d > 0, T > 0$.

³ A PIPD-alak PI-fokozatában $k_c > 0, T_p > 0$, a PD-fokozatában pedig $T_d > T > 0$ (a 2a. ábra hatásvázlata).

⁴ A PIPD-szabályozó átviteli függvényének időállandós normál alakban felírt kifejezésé-

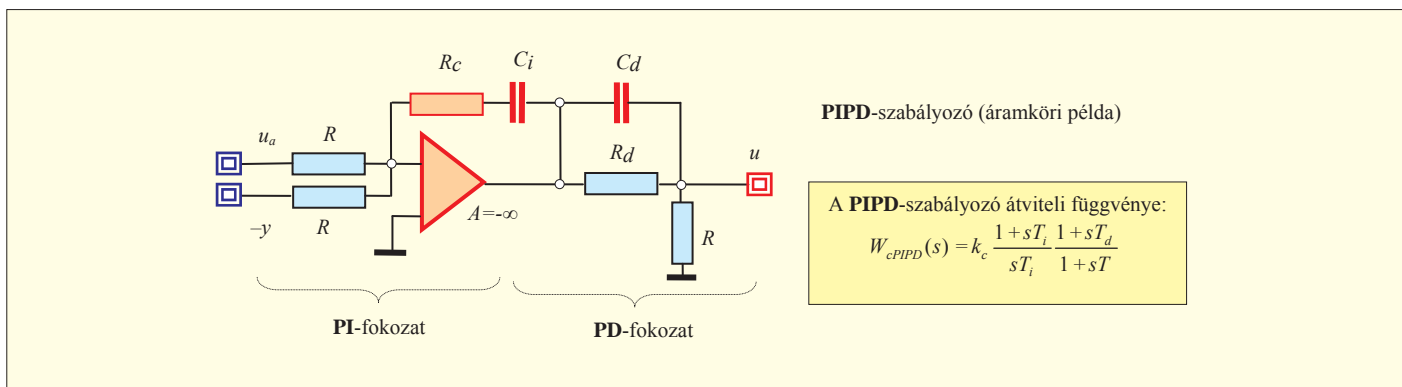


2a. ábra A szabályozó hatásvázlatának, átmeneti és átviteli függvényének PID- és PIPD-alakjai



2b. ábra PID-szabályozó áramköri kapcsolási vázlata

2c. ábra A PIPD-szabályozó áramköri kapcsolási vázlata

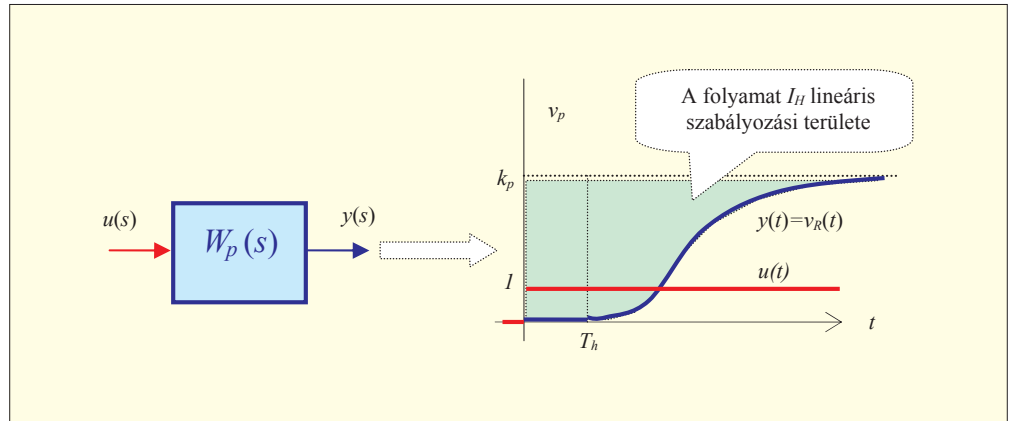


A szabályozás rendszertechnikai tervezésekor a folyamat T_h holtidő okozta jelkésleltetése jelentős gondokat okozhat. A folyamat átmeneti függvényből is szembetűnően látszik, hogy a $t=0$ időpontban a bemenetre adott ugrásjelre keletkező $v_p(t)$ válasz kialakulásában az $y(t)=v_p(t)$ kimenőjel a $0 < t < T_h$ időintervallumban változatlan (zérus értékű) marad. Ez akkor is így van, ha $W_p(s)$ a zárt hatáslánc része, és az u irányítójel ugrásszerűen változik. Ha ez a T_h holtidő dominál a jelkésleltetésben, vagyis értéke az időállandók összegének értékénél is nagyobb ($T_h > \sum T_p$), akkor ez a rendszer dinamikus viselkedésben kedvezőtlen jelenségeket eredményez. Egyelőre tételezzük fel, hogy $T_h \ll \sum T_p$, vagyis a jelkésleltetésben a folyamat T_1 és T_2 energiatárolásból származó időállandóinak van meghatározó szerepe.

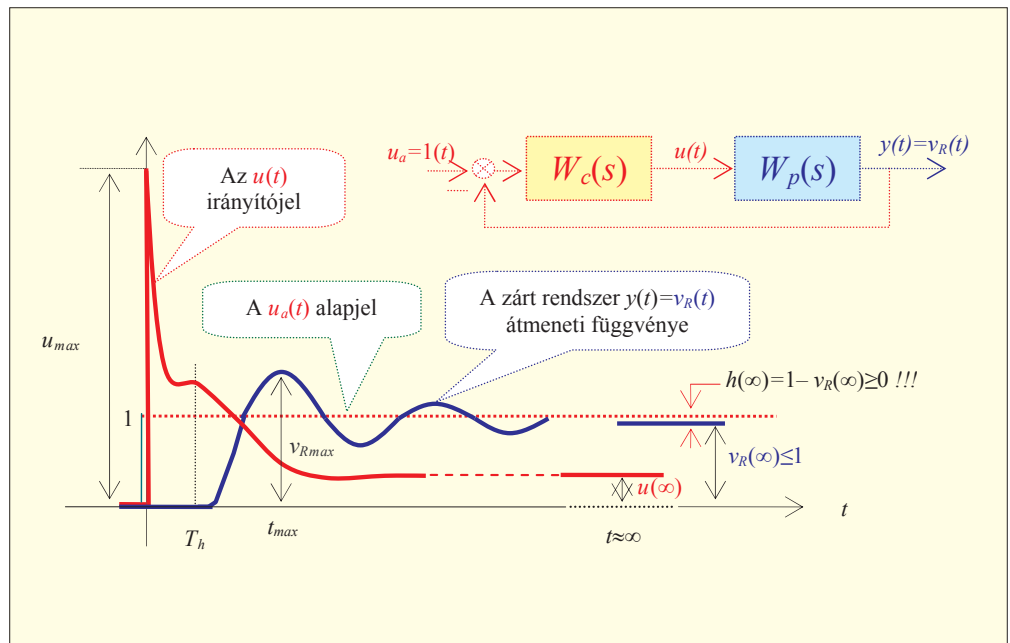
A szabályozási rendszer analízisének alapvető célja, hogy egy tetszőleges, $W_p(s)$ átviteli függvénnyel leírható folyamat – ennek irányítására alkalmas – szabályozót tervezzünk, miközben a zárt rendszer dinamikus tulajdonságaira előzetesen előírt követelményeket támasztunk. A szabályozó rendszertechnikai tervezésén a $W_c(s)$ átviteli függvényének a meghatározását értjük, amelyet majd követnie kell egy szerkezeti – áramköri tervezési eljárásnak is. **Ahhoz, hogy a tervezés fizikailag is megvalósítható szabályozóhoz vezessen, reális követelményeket kell támasztani a zárt szabályozás tulajdonságaival szemben.** Ezeket a követelményeket általában a zárt rendszer egységugrás szerint változó $u_a(t)=1(t)$ alapjelére adott $y(t)=v_R(t)$ válaszára (a zárt rendszer $v_R(t)$ eredő átmeneti függvényére) szokás megfogalmazni, de figyelemmel kell lenni az $u(t)$ irányítójel alakulására is. Ideális viszonyok között a zárt rendszer eredő átmeneti függvénye $v_{Ri}(t)=u_a(t)=y_A(t)$ lenne, amit azonban – a fizikai rendszerek tehetetlensége, a folyamat energia- és anyagtárolásból származó időállandói, holtidős jelkésleltetések stb. miatt – megvalósítani elvileg nem lehet (az $y(t)=v_{Ri}(t)=y_A(t)$, tehát *nem reális* méretezési célkitűzés). A valóságos fizikai rendszerek $u_a(t)=1(t)$ alapjelre adott $u(t)$ és $y(t)=v_R(t)$ válaszait a 4. ábra mutatja.

Az $y(t)$ szabályozott jellemző $v_R(\infty)$ értékére való gyors beállása az $u(t)$ irányítójel u_{max} túlvezérlésével érhető el, de a túlvezérlésnek betartandó technikai korlátai vannak⁶. Az u irányítójel $u_{max}=u_{max}/u(\infty)$ **túlvezérlési aránya** rendszerint méretezési előírás. A zárt körre vonatkozó és az időtartományban előírt követelmények (stabilitás, megfelelő mértékű v_{Rmax} gyors beállítás, alacsony

⁶ Az irányítójel u_{max} túlvezérlésével kizárólag a folyamat energiatárolásból származtatható $T_p > 0$ időállandóinak hatása mérsékelhető. A $T_h > 0$ holtidő okozta késleltetés az y szabályozott jellemző időfüggvényében mindenképpen megmarad.



3. ábra Az aperiodikus, önbeálló folyamat átmeneti függvénye és lineáris szabályozási területe



4. ábra A szabályozási rendszer egyszerűsített hatásvázlata, valamint az egységugrás jelre adott $u(t)$ és $y(t)$ válaszai

értékű $h(\infty)$ statikus hiba, elfogadható u_{max} túlvezérlés stb.) viszszevethetők a *nyitott kör* – és ebben a $W_c(s)$ átviteli függvényű szabályozó – $W_c(j\omega)$ frekvenciafüggvényének megfelelő alakítására, elsődlegesen a **fázistöbbletre** vonatkozó előírás betartására (lásd a Függelékét). Jelen anyagrészen a szabályozó rendszertechnikai tervezésének témakörét tárgyaljuk. Megmutatjuk, hogy a stabilis folyamatok szabályozásakor a körerősítés *növelése* a visszacsatolt rendszer *labilitását* idézheti elő, szemben a *labilis folyamatok* szabályozásával, ahol a körerősítés *növelésével* lehet *stabilizálni* a zárt szabályozási rendszert.

A *nyitott kör* átviteli függvénye és a *zárt rendszer* karakterisztikus egyenlete – az alrendszerek feltételezett tulajdonságai mellett –:

$$\begin{aligned}
 W_0(s) &= W_c(s)W_p(s) = \frac{G_0(s)}{H_0(s)} = \\
 &= k_c \frac{(1+sT_i)(1+sT_d)}{sT_i(1+sT)} \frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)\dots(1+sT_m)} e^{-sT_h} \\
 H_0(s) + G_0(s) &= sT_i(1+sT)(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)\dots(1+sT_m) + \\
 &+ k_c k_p (1+sT_i)(1+sT_d) e^{-sT_h} = 0
 \end{aligned}$$

A karakterisztikus egyenlet láthatóan most egy transzcendens tényezőt is tartalmazó kifejezés (tehát nem polinom), gyökeinek száma végtelen, és ezért ezek meghatározása is nehézkes. Ezen segíthet, ha az $\exp(-sT_h)$ transzcendens tényezőt *Pade*- vagy *Strejc*-polinomokkal közelítjük⁷.

A frekvenciamódszer alapján történő méretezés szerencsére nem követeli meg a karakterisztikus egyenlet gyökeinek számszerű meghatározását. A póluskiejtés elvét alkalmazva $T_i=T_1$, és $T_d=T_2$ választásával⁸ a nyitott kört jelentősen felgyorsíthatjuk, ami azt a *látszatot* kelti, mintha a T_1 és T_2 domináló időállandókat „eltüntettük” volna. Ilyen választással a nyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvénye a

$$\begin{aligned}
 W_0(s) &= \\
 &= k_c \frac{(1+sT_1)(1+sT_d)}{sT_i(1+sT)} \Bigg|_{\substack{T_i=T_1 \\ T_d=T_2}} \frac{k_p}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)\dots(1+sT_m)} e^{-sT_h} = \\
 &= \frac{k_c k_p}{sT_1(1+sT)(1+sT_3)(1+sT_4)\dots(1+sT_m)} e^{-sT_h}
 \end{aligned}$$

kifejezésre egyszerűsödik. Ebben két ismeretlen (a szabályozó k_c erősítése, és **PD**-fokozatának T időállandója) szerepel ($k_c k_p/T_i$ a szabályozás integrálási hurokerősítése). A két ismeretlen meghatározásához két feltételt írunk elő, nevezetesen az irányítójel $u_i = u_{max}/u(\infty)$ **túlvezérlési arányát** és a $W_0(j\omega)$ frekvenciafüggvényének $\varphi_i(\omega_c)$ **fázistöbbletét**. A **PIPD**-szabályozó méretezésének tételes végrehajtása előtt áttekinthetjük a gyakran használt szabályozók típusait és ezek néhány rendszerjellemező függvényeit.

A következő részben a $k_p, T_1, T_2, T_3, \dots, T_m, T_h$ paramétereivel illetve a $W_p(s)$ átviteli függvényével adott szabályozott folyamathoz méretezzük a $W_c(s)$ átviteli függvényű PIPD szabályozó k_c, T_i, T_d és T paramétereit. A méretezéshez igénybe vesszük a MATLAB program szolgáltatásait.

(Folytatjuk!)

szbela@iit.bme.hu, juhaszne@iit.bme.hu

⁷ A *Pade*- vagy a *Strejc*-közelítésekkel a transzcendens egyenlet polinom egyenletté egyszerűsödik. A *Pade*-közelítés nem minimum fázisú taggal írja le a holtidős tagot, a frekvenciafüggvény amplitúdómenetét pontosan adja. A *Strejc*-közelítés a holtidős tagot k számú, T_h/k időállandójú, egymással soros kapcsolást alkotó, egytárolós arányos **T**-taggal közelíti:

$$\text{Pl. Pade: } e^{-sT_h} \cong \frac{1-6sT_h+12s^2T_h^2}{1+6sT_h+12s^2T_h^2} \quad \text{Strejc: } e^{-sT_h} \cong \frac{1}{(1+s\frac{T_h}{k})^k}$$

⁸ A **PIPD**-szabályozó T_i integrálási idejét a folyamat legnagyobb, a T_d differenciálási idejét a második legnagyobb időállandójára célszerű választani.

⁹ Mivel a folyamat T_p időállandói munkapontfüggőek, ezért egzakt póluskiejtés nem lehetséges. Az irányító jel u_{max} túlvezérlése kelti azt a látszatot, mintha a nagy időállandók késleltető hatása a nyitott körből eltűnt volna.