Szabályozástechnika – 11.

Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencné

A cikksorozat soron következő részében folytatjuk a dinamikus rendszer matematikai modelljének az elemzését a tagok átmeneti függvényük szerinti csoportosításával, az önbeálló tag statikus karakterisztikájának, valamint a lineáris SISO tag frekvenciafüggvényének a vizsgálatával[1].

Tagok csoportosítása az átmeneti[2] függvényük alapján. Az önbeálló tag statikus karakterisztikája

Az n rendű, **SISO** tag átviteli függvénye:

$$W(s)=\frac{G(s)}{H(s)}=\frac{b_m+b_{m-1}s+\dots+b_1s^{m-1}+b_0s^m}{a_n+a_{n-1}s+\dots+a_1s^{n-1}+a_0s^n}=\frac{g_m+g_{m-1}s+\dots+g_1s^{m-1}+g_0s^m}{h_n+h_{n-1}s+\dots+h_1s^{n-1}+s^n}\frac{y(s)}{u(s)}.$$

$$b_k,a_k:\textit{valós paraméterek},\quad h_k=a_k/a_0,\quad g_k=b_k/a_0\quad \textit{és } m\le n$$

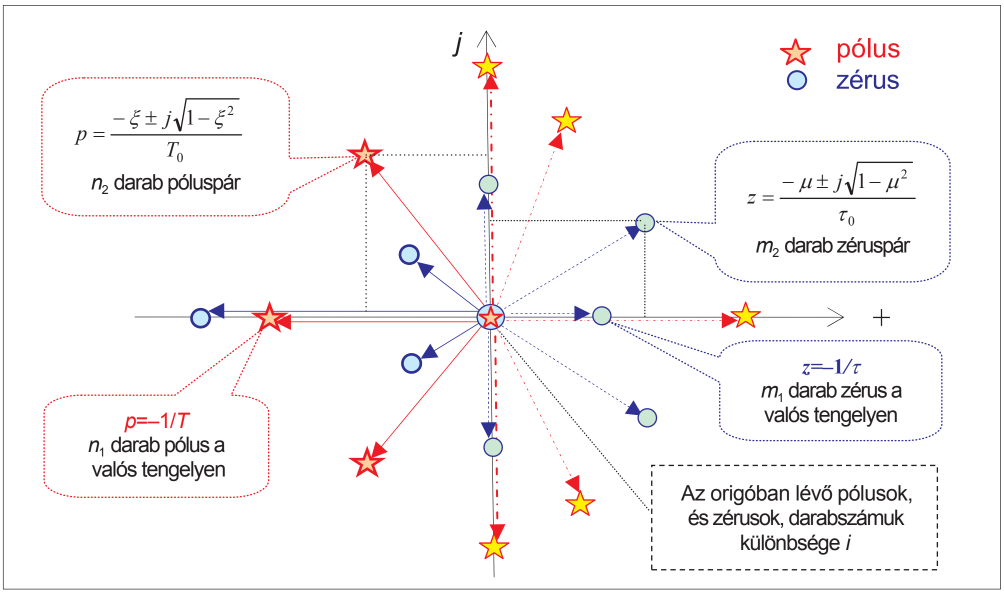
W(s) pólus–zérus eloszlást kifejező, és időállandós normál alakjai:

$$W(s)=\frac{G(s)}{H(s)}=\frac{b_0}{a_0}\frac{\prod_{k=1}^{m}(s-z_k)}{\prod_{k=1}^{n}(s-p_k)}=\frac{k}{s^i}\frac{\prod_{l=1}^{m_1}(1+s\tau_l)\prod_{l=1}^{m_2}(1+2\mu_l\tau_{0l}s+\tau_{0l}^2s^2)}{\prod_{l=1}^{n_1}(1+sT_l)\prod_{l=1}^{n_2}(1+2\xi_lT_{0l}s+T_{0l}^2s^2)}.$$

$$m_1+2m_2=m,\quad i+n_1+2n_2=n$$

A lehetséges pólus–zérus eloszlást az 1. ábra szemlélteti.

1. ábra Az átviteli függvény lehetséges pólus–zérus eloszlása



A zérusok, ill. a pólusok vagy a valós tengelyen vannak (**–1/*T***, **–1/*τ***), vagy ha valamelyikük komplex szám, akkor ennek konjugáltja is jelen van. Az origóban lévő pólusok és zérusok „kiejtik egymást”, és *i* számú pólus *vagy* zérus marad meg az átviteli függvényben[3] ($i>0$ esetében az origóban lévő pólusok száma a nagyobb, szemben az $i<0$ esettel, amikor a zérusok száma a nagyobb). Az időállandós alak másodfokú tényezőiben a konjugált komplex párokat összevontuk[4], ezekben $T_0>0$ és $\tau_0>0$ pozitív értékek, szemben a ξ és a μ paraméterekkel, amelyek a $-1<\xi<1$, $-1<\mu<1$ intervallumban vehetnek fel értékeket. Ha *W(s)* minden pólusa negatív ($p=-1/T<0$, vagyis $T>0$), vagy negatív valós részű ($0<\xi\le 1$), akkor *H(s) Hurwitz*-polinom, és a tag aszimptotikusan stabilis. Ha még ezen túlmenően minden zérus is negatív ($z=-1/\tau<0$, vagyis $\tau>0$), vagy negatív valós részű ($0<\mu\le 1$), akkor a tag ún. **minimum fázisú** (*k* a zérusok és pólusok szorzatából származtatható tényező). Ha a bemenőjel $u(t)=u_0=\textit{állandó}$, és ennek hatására $t\to\infty$ mellett létrejön a kimenőjelnek is az $y(t)_{t=\infty}=y(\infty)=y_0=\textit{állandó}$ értéke (az ilyen tulajdonsággal rendelkező a tagot aszimptotikusan stabilis, **önbeálló** tagnak definiáljuk), akkor ebben az állandósult állapotban a jelek differenciálhányadosai zérusok, és ezért $a_ny_0=b_mu_0$ vagy ($h_ny_0=g_mu_0$).

Egy más alakban:

$$y_0=(-CA^{-1}B+D)u_0=\frac{b_m}{a_n}u_0=\frac{g_m}{h_n}u_0=ku_0\ ,$$

ahol $k=-CA^{-1}B+D=b_m/a_n=g_m/h_n$ a tag **átviteli tényezője** (dc-erősítése).

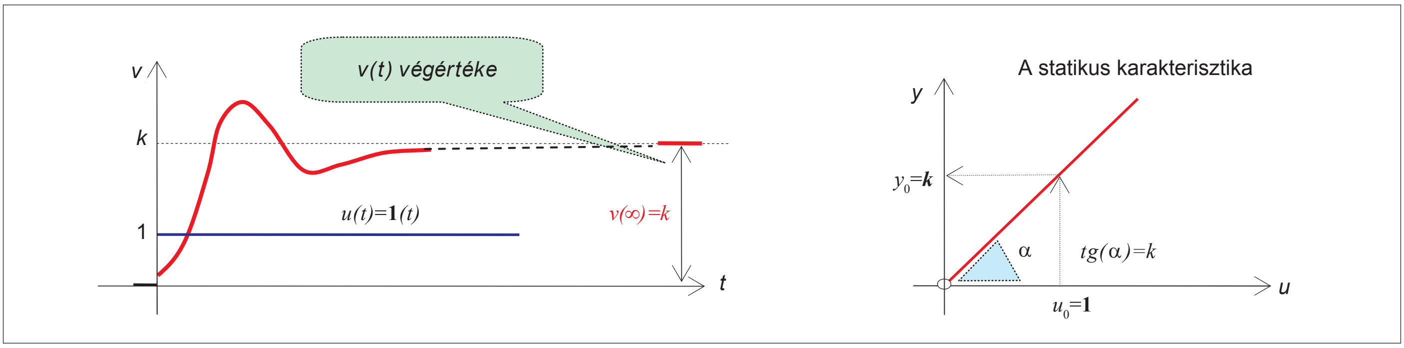
---

[1] A terjedelmi korlátok miatt a cikksorozatban nem szerepeltethető anyagrészek nem segítik az olvasót a megértés azonnali örömében. Ennek áthidalására az itt közölt tematikához kapcsolódóan egy elektronikusan letölthető anyagot is közreadunk. Ebben – a megértést támogató és az elmélyedést elősegítő igénnyel – részletes matematikai indoklásokkal, jelentős mértékű ábra- és példaanyag közlésével tárgyaljuk a cikksorozatban is közzétett ismereteket. A letölthető anyagok a *www.ikma.bme.hu\ebook* alatt találhatók. A szerzők szubjektív megítélése szerint a szabályozástechnika témáit – kellő részletességgel, igényes, de nem öncélú matematikai apparátussal, *számos gyakorlati példa részletes tárgyalásával* – feldolgozó legjobb művek egyikének szerzője *Benjamin C. Kuo*. Magyarul is megjelent kötete: **Önműködő szabályozási rendszerek** (Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1979), melyet az olvasó figyelmébe ajánljuk.

[2] A tag átmeneti függvénye az $u(t)=\mathbf{1}(t)$ vizsgálójelre adott $y(t)=v(t)$ válasza, zérus kezdeti feltételek mellett. Az átmeneti függvény kísérletileg is meghatározható.

[3] *i* a jelátvivő tag **típusszáma**.

[4] Ennek az összevonásnak eredményeként a gyöktényezős alak időállandós változatában – annak ellenére, hogy a zérusok és pólusok között komplex értékek is lehetnek – valós együtthatók szerepelnek.



2. ábra Az önbeálló tag átmeneti függvénye és statikus karakterisztikája

Az átmeneti függvény
Lineáris **SISO** tag egyik rendszerjellemző függvénye a ***v(t)* átmeneti függvény**. Ez a tag $y(t)=v(t)$ kimenőjele, ha a gerjesztő jel $u(t)=\mathbf{1}(t)$ egységugrás és a kezdeti feltételek zérusok. A $W(s)=G(s)/H(s)$ átviteli függvény ismeretében az átmeneti függvény *Laplace*-transzformáltja, ill. ennek inverz transzformáltja[5] (figyelembe véve, hogy $L\{\mathbf{1}(t)\}=1/s$):

$$y(s)=v(s)=W(s)u(s)=\frac{G(s)}{H(s)}\frac{1}{s}$$

$$y(t)=v(t)=L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{sH(s)}\right\}=\frac{G(0)}{H(0)}+\sum_{i=1}^{n}\frac{G(p_i)}{s\left.\frac{dH(s)}{ds}\right|_{s=p_i}}e^{p_i t}.$$

A p_i egymástól különböző és nem zérus pólusok, a $H(s)=0$ karakterisztikus egyenlet $\lambda_i=p_i$ gyökei, amelyek egyébként a rendszer $\boldsymbol{A}$ állapotmátrixának sajátértékei. A $v(t)$ képletéből kiolvashatóan $t\to\infty$ mellett az átmeneti függvénynek $v(\infty)=v_0$ állandósult értéke kizárólag akkor létezhet, ha a p_i pólusok mindegyikére a $\boldsymbol{real(p_i)<0}$ feltétel teljesül, mivel ekkor $y(t)$ mindegyik $exp(p_i t)$ exponenciális komponense zérushoz tart, és ezért $v(\infty)=G(0)/H(0)=b_m/a_n=g_m/h_n=k$. Az átmeneti függvény – a rendszer bemenetére ugrásjelet kapcsolva és a kimenőjelet regisztrálva – kísérletileg is felvehető[6]. Az átmeneti függvény időbeli lefolyása alapján a jelátvivő tagokat egymástól karakterisztikusan elkülönülő csoportokba sorolhatjuk.

Csoportok típusai

Önbeálló tagok
Az önbeálló (***arányos*** jellegű) lineáris tagok jellegzetes tulajdonsága, hogy átmenti függvényük **végértéke** $v(\infty)=k\neq0$ **állandó** érték (k az önbeálló tag átviteli tényezője). Ennek jelentése az, hogy a bemeneten működtetett $u(t)=u_0\mathbf{1}(t)$ gerjesztés hatására keletkező $y(t)$ kimenőjel a tranziensek lejátszódása után egy $y(\infty)=ku_0$ állandó (de nem zérus) értékre beáll. Mindezekből az is következik, hogy az önbeálló tagnak értelmezhető az $y_0=y(u_0)=ku_0$ **statikus karakterisztikája**, amely az állandósult y_0 és u_0 közötti kapcsolatot egy grafikon alakjában fejezi ki (2. ábra). Ez a karakterisztika lineáris tag esetében egy (az u független változó koordináta-tengelyével α szöget bezáró) k meredekséggel rendelkező és az origón átmenő egyenes. Az önbeálló tag átviteli függvényének minden **pólusa** negatív vagy negatív valós részű, vagyis az önbeálló tag aszimptotikusan stabilis. ***A zárt szabályozási rendszer u_a alapjele és y szabályozott jellemzője közötti jelátviteli tulajdonságot is az önbeállóságnak kell jellemeznie, mivel állandósult állapotban a szabályozott jellemzőnek arányosnak kell lennie az y_A alapértéket megjelenítő u_a alapjellel.***

Nem önbeálló tagok
A nem önbeálló tagok jellegzetes tulajdonsága, hogy:
- átmeneti függvényük végértéke **zérus** (***differenciáló*** jellegű tagok), vagy
- átmeneti függvényük végértéke **végtelen** (***integráló*** jellegű tagok), vagy
- átmeneti függvényük kvázistacioner állapotban periodikus **lengő**mozgást végez (***lengő*** jellegű tagok).

A nem önbeálló tagokra a statikus karakterisztika nem értelmezhető, mivel ezek az állandó bemenőjelre; és állandósult állapotban vagy zérus, vagy pedig nem állandó kimenőjellel válaszolnak (3. ábra).

Az átmeneti függvényekből látható, hogy az aszimptotikusan stabilis önbeálló tagok állandó gerjesztésre, állandósult állapotban, állandó értékű kimenőjel választ adnak. Nem így az **integráló** jellegű és a **lengő** tagok, amelyeknek kimenőjelei az állandó bemenőjel hatására állandó kimenőjelet felvenni nem képesek (gerjednek). Átviteli függvényüknek pólusai lehetnek az s sík origójában, a képzetes tengelyen konjugált komplex póluspárban és a pozitív valós részű félsíkon. A differenciáló jellegű tagok aszimptotikusan stabilisak ugyan, de bármekkora is állandó bemenőjelük értéke, a kimenőjelük állandósult értéke minden esetben zérus[7]. Az átviteli függvényük jellegzetes tulajdonsága a stabilis pólusok, valamint az origóban lévő zérus jelenléte.

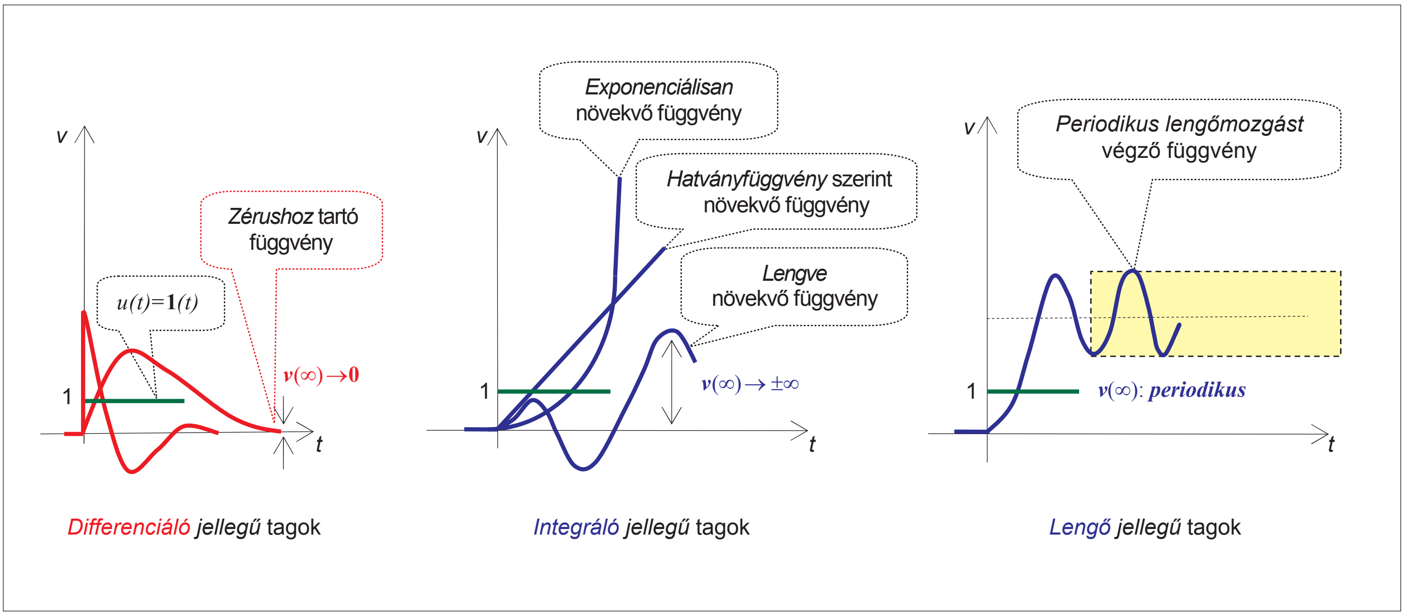
Lineáris SISO tag frekvenciafüggvénye

A lineáris tag $W(j\omega)$ frekvenciafüggvénye a szabályozási rendszer analízisében és szintézisében jelentős szerepet játszik. A szabályozási rendszer stabilitásvizsgálata – a szabályozó méretezése – *Bode*-tételein és a felnyitott kör $\boldsymbol{W_0(j\omega)}$ frekvenciafüggvényének alapján történik. Mindezek miatt a frek-

[5] Az itt megadott inverz transzformációs formula (a ***Heaviside*-kifejtési tétel**) akkor érvényes, ha a $W(s)$ átviteli függvény $H(s)$ nevezőjének minden gyöke egymástól különböző, és egyik gyök sem zérus. Többszörös multiplicitású gyökök esetében más formulák használhatók.

[6] A $v(t)$ ismeretében a tag egyéb rendszerjellemző függvényei (az *állapotegyenlet*, az *átviteli függvény*, a *súlyfüggvény* és a *frekvenciafüggvény*) is meghatározhatók. Ezt az eljárást az átmeneti függvény alapján történő identifikációnak hívjuk.

[7] Az önbeálló és a differenciáló tagokkal absztrahált dinamikus rendszerek *passzív* (pl. ***R, L, C*** áramköri vagy rugó, tömeg, csillapítás mechanikai) *elemekből* is felépülhetnek, az integráló és a lengő tagokkal jellemzett rendszerek működéséhez ***aktív*** (segédenergiát felhasználó) egységek is szükségesek. Mindez abból következik, hogy a minden határon túl növekvő vagy az állandósult lengéseket végző jelek fenntartása külső forrásból származó energiát igényel. A realizálható fizikai rendszerekben az integráló jellegű tagok átmeneti függvényeinek növekedése természetesen nem érheti el a $v(\infty)=\pm\infty$ értéket, mert előbb–utóbb (a telítődés vagy valamilyen üzemzavar miatt) $v(t)$ növekedése leáll.



3. ábra Nem önbeálló tagok átmeneti függvényei

venciafüggvény fogalma az alapismeretek szerves része. A frekvenciafüggvény lényegét tekintve arra ad felvilágosítást, hogy az **aszimptotikusan stabilis** lineáris tag a különféle ω körfrekvenciájú, harmonikus jeleket miként engedi magán keresztül, vagyis a dinamikus rendszer – mint szűrő – milyen viselkedést mutat (lásd 4. ábra).

Ha az *u(t)* bemenő- és az *y(t)* kimenőjelű **SISO** tag holtidőmentes, akkor a *W(s)=y(s)/u(s)* átviteli függvénye polinomok hányadosaként előállítható algebrai tört[8]. Általános, gyöktényezős normálalakja (feltételezve, hogy komplex sík origójában *r* számú zérus, ill. *q* számú pólus van):

$$W(s)=\frac{y(s)}{u(s)}=\frac{G(s)}{H(s)}=\frac{g_o s^m+g_1 s^{m-1}+\dots+g_{m-1}s+g_m}{s^n+h_1 s^{n-1}+\dots+h_{n-1}s+h_n}=$$

$$=g_0\frac{\prod_{l=1}^{m}(s-z_l)}{\prod_{l=1}^{n}(s-p_l)}=\frac{k_0}{s^i}\frac{\prod_{l=r+1}^{m}(1-\frac{s}{z_l})}{\prod_{l=q+1}^{n}(1-\frac{s}{p_l})}\ .$$

Ebben g_l és h_l a számláló és a nevező valós együtthatói, z_l a számláló gyökei (*W(s)* $z_l \neq 0$ zérusai), p_l a nevező gyökei (*W(s)* $p_l \neq 0$ pólusai), k_0 a huroktényező és $i=q-r$ a tag típusszáma. A számláló fokszáma *m*, a nevező fokszáma *n*, és realizálható *W(s)* esetében $\boldsymbol{n \geq m}$ (a számláló fokszáma nem haladhatja meg a nevező fokszámát). A g_l és h_l együtthatók valós voltából következik, hogy a z_l zérusok és a p_l pólusok a komplex sík valós tengelyére szimmetrikusan helyezkednek el[9]. Ha bevezetjük a τ_l, τ_{ol}, μ_l, T_l, T_{ol}, ξ_l jelöléseket, és a konjugált komplex zéruspárokat és póluspárokat másodfokú alakra összevonjuk[10], akkor *W(s)* ún. időállandós normálalakját kapjuk:

$$W(s)=\frac{k}{s^i}\frac{\prod_{l=1}^{m_1}(1+s\tau_l)\prod_{l=1}^{m_2}(1+2\mu_l\tau_{ol}s+\tau_{ol}^2 s^2)}{\prod_{l=1}^{n_1}(1+sT_l)\prod_{l=1}^{n_2}(1+2\xi_l T_{ol}s+T_{ol}^2 s^2)}\ .$$

Ez a kifejezés azt szemlélteti, hogy a *W(s)* átviteli függvénynek *i* számú pólusa ($i \geq 1$) vagy zérusa ($i \leq -1$) van a komplex sík origójában (*i* jelenti *W(s)* típusszámát és $i=0$ esetben nincs az origóban sem zérus, sem pólus, vagy ha van, a számuk azonos: $q=r$), m_1 számú zérusa és n_1 számú pólusa van a valós tengelyen, ill. m_2 számú konjugált komplex zéruspárja és n_2 számú konjugált komplex póluspárja van a komplex síkon[11].

A jelátvivő tag *W(jω)* frekvenciafüggvénye a *W(s)* átviteli függvényéből származtatható:

$$W(j\omega)=W(s)_{s=j\omega}$$

A formális megfeleltetés mögött tartalmi összefüggés van, amelynek matematikai háttere a *Fourier*-, ill. a *Laplace*-integráltranszformációk közötti kapcsolaton alapszik. Ennek részletezésére itt nem térünk ki, ehelyett fizikai magyarázattal indokoljuk ezt a kapcsolatot.

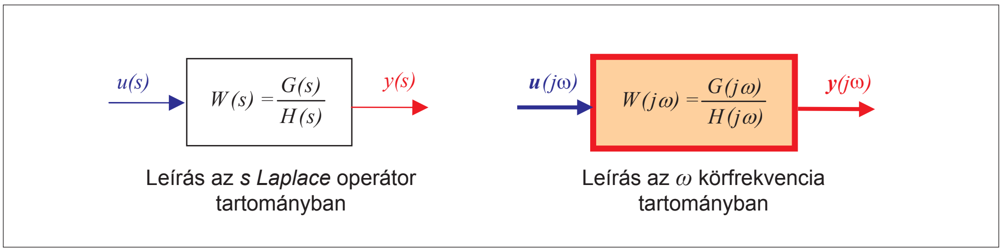
A lineáris tag jelátviteli tulajdonságaira érvényes a ***szuperpozíció elve***, amelynek értelmében, ha az *u(t)* periodikus bemenőjel mindegyik harmonikus komponensére meghatározzuk a kimenőjel részválaszt, akkor a részválaszok összegéből fog felépülni az eredeti *u(t)*-re adott *y(t)* válasz is.

[8] Ha a *W(s)* átviteli függvény $exp(-sT_h)$ tényezőt is tartalmaz, akkor ez egy további algebrai törttel (*Pade, Strejc*) közelíthető.

[9] Az algebra alaptétele: Az *n* fokszámú, valós együtthatójú polinomnak *n* gyöke van, és ezek a gyökök valós számok, és konjugált komplex számpárok lehetnek (lásd pl. az $as^2+bs+c=a(s-p_1)(s-p_2)=0$ másodfokú egyenlet megoldóképletét).

[10] Pólusokra: $(s-p_l)(s-p_{l+1})=[s-(\sigma_l+j\omega_l)][s-(\sigma_l-j\omega_l)]=s^2-2\sigma_l s+\sigma_l^{\,2}+\omega_l^{\,2}=(\sigma_l^{\,2}+\omega_l^{\,2})[1-2\sigma_l s/(\sigma_l^{\,2}+\omega_l^{\,2})+s^2/(\sigma_l^{\,2}+\omega_l^{\,2})]=k_l(1+2\xi_l T_{0l}s+T_{0l}^2 s^2)$, $k_l=\sigma_l^{\,2}+\omega_l^{\,2}$, $\xi_l=-\sigma_l/\sqrt{(\sigma_l^{\,2}+\omega_l^{\,2})}$, $T_{0l}=1/\sqrt{(\sigma_l^{\,2}+\omega_l^{\,2})}$. Hasonlóan a zérusokra: $(s-z_l)(s-z_{l+1})=k_l(1+2\mu_l\tau_{0l}s+\tau_{0l}^2 s^2)$.

[11] Ha minden pólus és minden zérus negatív valós vagy negatív valós részű, akkor *W(s)* minimumfázisú és aszimptotikusan stabilis tagot definiál. A komplex pólus- és zéruspárok összevonásával az átviteli függvény időállandós normálalakjában szereplő k, τ, τ_0, μ, T, T_0, ξ paraméterek mindegyike valós szám.



4. ábra
Jelátvivő tag leírása az átviteli függvényével és a frekvenciafüggvényével

Mindezekből az következik, hogy a **SISO** tag jelátvitelének egyik fontos alapkérdése, hogy a tag $u(t)=u_{max}cos(\omega t)$ harmonikus jelre, kvázistacioner állapotban[12] milyen választ ad. További vizsgálatainkban az $u(t)$ jelet a komplex formátumú írásmódnak megfelelően $\tilde{u} = u_{max}e^{j\omega t} = u_{max}[cos(\omega t)+jsin(\omega t)]$ komplex jel valós részének tekintjük. Ez a komplex írásmód a számításokat jelentősen egyszerűsíti. A linearitásból következik, hogy a stabilis tag $\tilde{u}(t)=u_{max}e^{j\omega t}$ komplex jelre adott válaszát, ***kvázistacioner*** állapotban $\tilde{y}(t)=y_{max}e^{j(\omega t+\varphi)}$ komplex alakban kereshetjük, és a tényleges választ ennek valós részeként kapjuk[13]. A jelek kvázistacioner időfüggvényeinek ki kell elégíteniük a tag átviteli függvényéből is származtatható

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + h_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + h_{n-1}\frac{dy(t)}{dt} + h_n y(t) =$$
$$= g_0\frac{d^m u(t)}{dt^m} + g_1\frac{d^{m-1}u(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + g_{m-1}\frac{du(t)}{dt} + g_m u(t)$$

n rendű, állandó együtthatójú, lineáris differenciálegyenletét. Az $\tilde{u}$ és az $\tilde{y}$ jeleket a differenciálegyenletbe helyettesítve kapjuk:

$$[(j\omega)^n + h_1(j\omega)^{n-1} + \cdots + h_{n-1}(j\omega) + h_n]y_{max}e^{(j\omega t+\varphi)} =$$
$$= [g_0(j\omega)^m + g_1(j\omega)^{m-1} + \cdots + g_{m-1}(j\omega) + g_m]u_{max}e^{j\omega t}.$$

Ebből egyenletrendezés és $e^{j\omega t}$-vel történő egyszerűsítés után:

$$y_{max}e^{j\varphi} = \frac{g_0(j\omega)^m + g_1(j\omega)^{m-1} + \cdots + g_{m-1}(j\omega) + g_m}{(j\omega)^n + h_1(j\omega)^{n-1} + \cdots + h_{n-1}(j\omega) + h_n}u_{max}$$

$$\frac{y_{max}}{u_{max}}e^{j\varphi} = \frac{g_0(j\omega)^m + g_1(j\omega)^{m-1} + \cdots + g_{m-1}(j\omega) + g_m}{(j\omega)^n + h_1(j\omega)^{n-1} + \cdots + h_{n-1}(j\omega) + h_n} =$$
$$= W(j\omega) = a(\omega)e^{j\varphi(\omega)}.$$

Látható, hogy az y_{max}/u_{max} hányados egy adott ω körfrekvencián a $W(j\omega)=real[W(j\omega)]+j[imagW(j\omega)]$ komplex szám $a(\omega)$ abszolút értéke[14], az $u_{max}cos(\omega t)$ bemenőjelre adott, kvázistacioner $y_{max}cos(\omega t+\varphi)$ kimenőjelnek a bemenőjelhez képesti $\varphi(\omega)$ fázisszöge pedig a $W(j\omega)$ komplex szám szöge. Mind az $\boldsymbol{a(\omega)=absW(j\omega)}$, mind pedig a $\boldsymbol{\varphi(\omega)=arcW(j\omega)}$ az ω körfrekvencia függvénye. A differenciálegyenlet g és h együtthatóinak ismerete $W(s)$, illetve $W(j\omega)$ ismeretét is jelenti.

Mindezek figyelembevételével:

$$\frac{y_{max}}{u_{max}} = abs W(j\omega) = a(\omega) = \sqrt{\{real[W(j\omega)]\}^2 + \{imag[W(j\omega)]\}^2}$$

$$arc W(j\omega) = \varphi(\omega) = arctg\frac{imag[W(j\omega)]}{real[W(j\omega)]}.$$

A $\boldsymbol{W(j\omega)}$ **frekvenciafüggvény** a $W(s)$ átviteli függvény $s=j\omega$ helyen vett helyettesítésével határozható meg. Időállandós normálalakja is az átviteli függvény normálalakjából számítható:

$$W(j\omega) = \frac{k}{(j\omega)^i}\frac{\prod_{l=1}^{m_1}(1+j\omega\tau_l)\prod_{l=1}^{m_2}[1+2\mu_l\tau_{ol}j\omega+\tau_{ol}^2(j\omega)^2]}{\prod_{l=1}^{n_1}(1+j\omega T_l)\prod_{l=1}^{n_2}[1+2\xi_l T_{ol}j\omega+T_{ol}^2(j\omega)^2]}.$$

A frekvenciafüggvény ábrázolása[15]

Ha egy adott ω körfrekvencián ismert a $W(j\omega)$ komplex szám értéke, akkor az aszimptotikusan stabilis lineáris tag $u(t)=u_{max}cos(\omega t)$-re adott kvázistacioner $y(t)=y_{max}cos(\omega t+\varphi)$ válaszában $y_{max}=abs[W(j\omega)]u_{max}=a(\omega)u_{max}$, illetve $\varphi(\omega)=arcW(j\omega)$. (Például ha ω=314 rad/s körfrekvencián $W(j\omega)_{\omega=314}$= 3-4j, akkor $a(\omega)=\sqrt{(9+16)}=5$ és $y_{max}=5u_{max}$, valamint $\varphi(\omega)=arctg(-4/3)$=-0,9273 rad→-53,1301^0). Miután egy periodikus bemenőjelnek az alapharmonikusán túlmenően igen nagy számú felharmonikusa is lehet, ezért a kimenőjel egyes komponenseinek meghatározásához a $0<\omega<\infty$ körfrekvencia intervallum minden ω értékére ismerni kell $W(j\omega)$ számértékét[16]. Ez egy matematikai kifejezés formájában ugyan megadható, de ettől szemléletesebb, ha a $W(j\omega)$ függvényt ábrázoljuk. Az ábrázolásnak többféle lehetősége van.

A szabályozás rendszertechnikai méretezése a **felnyitott kör** – és ebben a szabályozó – frekvenciafüggvénynek alapján történik. A méretezés általános alapkövetelménye a felnyitott kör frekvenciafüggvénynek előírt mértékű **fázistöbblete**, ami a szabályozó megfelelő kiválasztásával biztosítható. Mindezek miatt a frekvenciafüggvényre épített ún. **frekvencia módszernek** alapvető jelentősége van a szabályozó dinamikus tulajdonságait leíró átviteli függvényének és paramétereinek meghatározásában. A következő részben a frekvenciafüggvény különféle ábrázolási formáit tárgyaljuk.

(Folytatjuk!)

szbela@iit.bme.hu
juhaszne@iit.bme.hu

[12] Ilyen állapot akkor létezik, ha a jelátvivő tag aszimptotikusan stabilis.

[13] Fontos tulajdonság, hogy a kimenőjel ω körfrekvenciája (kvázistacioner állapotban) azonos a bemenőjel ω körfrekvenciájával.

[14] Célszerűen u_{max}=1, és ekkor $y_{max}=a(\omega)$.

[15] A lineáris tag $W(j\omega)$ frekvenciafüggvényének számítását és ábrázolását a **MATLAB** **`nyquist-`**, **`bode-`** és **`margin-`** utasításai támogatják. A helygörbére tett nyíl az ω körfrekvencia növekedésének irányát mutatja.

[16] Ha $u(t)$ nem periodikus, de *Fourier*-integrálja létezik, akkor frekvenciaspektrumában minden körfrekvenciájú komponens jelen van.