

Szabályozástechnika – 18.

Az elmélet egy alkalmazása

Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencé

A szabályozástechnika fogalmainak, módszereinek és szabályainak illusztrálására folytatjuk egy külső gerjesztésű, egyenáramú villamos motor fordulatszám-szabályozásának a példáját. Ennek tárgyalása során a következő rész a motor szögsebesség-szabályozási rendszerének PI-szabályozóval való szerkezeti-áramköri megvalósítását, a determinisztikus vizsgáló jelek időfüggvényeit és a rendszer hatásvázlatát mutatja be. Ezen túlmenően az eredő rendszer állapot-egyenleteit és a stabilitást befolyásoló karakterisztikus egyenletet is megadjuk.

Az egyenáramú motor szögsebesség-szabályozási rendszere PI-szabályozóval

A motor zárthurkú szabályozási rendszerének szerkezeti vázlatát az 1. ábrán láthatjuk. A TE-jelű teljesítményerősítő állítja elő a motor u_k kapocsfeszültségét, és ezt a teljesítményerősítőt a szabályozóelektronika kimenőjele (az u irányítójel) vezérli. A teljesítményerősítőről feltételezzük, hogy átviteli (erősítési) tényezője μ , és jelkésleltetése a motor T_m [s], T_v [s] időállandókkal jellemzett jelkésleltetéseivel képest elhanyagolható. Ilyen körülmények között a TE időkésleltetés nélküli, arányos taggal írható le ($u_k = \mu u$), és a folyamat részének is tekinthető. Tételezzük fel továbbá, hogy a motor $u_{k0} = 100$ V kapocsfeszültsége terheletlen üzemállapotban (üresjárásban, amikor is $m_T(t) = 0$) $\Omega_{u0} = 100$ rad/s szögsebességet állít elő, ezért $k_p = \Omega_{u0} / u_{k0} = 100/100 = 1$ rad/Vs. Az m_{Tn} névleges terhelőnyomaték az üresjárás szögsebességet szabályozás nélkül, állandósult állapotban $\Omega_{m0} = -50$ rad/s értékkel csökkentené¹, a szabályozás célja ennek a zavaró hatásnak a mérséklése, ill. megszüntetése. Erre az teremt lehetőséget, hogy a szabályozóberendezés – érzékelve a terhelés okozta szögsebesség-csökkenést – úgy változtatja meg a motor u_k kapocsfeszültségét, hogy ezt a zavarás okozta szögsebesség-változást mérsékelje vagy megszüntesse. Az $y = \Omega$ szabályozott jellemző érzékelésére olyan időkésleltetés nélküli, arányos taggal jellemezhető, fordulatszám-mérő generátort (TD-jelű tachométerdinamó, $e = A_E \Omega$) használhatunk, amely $\Omega_0 = 100$ rad/s szögsebességnél $e_0 = 10$ V ellenőrzőjelet szolgáltat, átviteli tényezője tehát

$$A_E = e_0 / \Omega_0 = 10/100 = 1/10 \text{ Vs/rad.}$$

A szabályozóberendezést (a különbségképzőt és a PI-szabályozót realizáló, és egymással soros kapcsolást létesítő) elektronikus áramkörök és az érzékelőszerv alkotják. A különbségképző és előerősítő bemenőjelei az $y_A = \Omega_A = 100$ rad/s szögsebesség alapértéket megjelenítő u_a alapjel ($u_a = A_E y_A = 10$ V), és az $y = \Omega$ szögsebesség (a szabályozott jellemző) tényleges értékével

¹ A motor m_{Tn} névleges terhelőnyomatéka általában nem okoz ekkora szögsebesség-csökkenést. A példa esetében azért választottuk ilyen „nagy” értékre a zavarás szabályozott jellemzőre kifejtett hatását, hogy a tranzien্স folyamatok jelenségeit jól szemléltethessük.

arányos $e = A_E y = 10$ V ellenőrzőjelet. Terheletlen állapotban ($m_T(t) = 0$) a szabályozás egy lehetséges egyensúlyi helyzete pl. olyan jeleket eredményez a *hatáslánc* mentén, hogy²

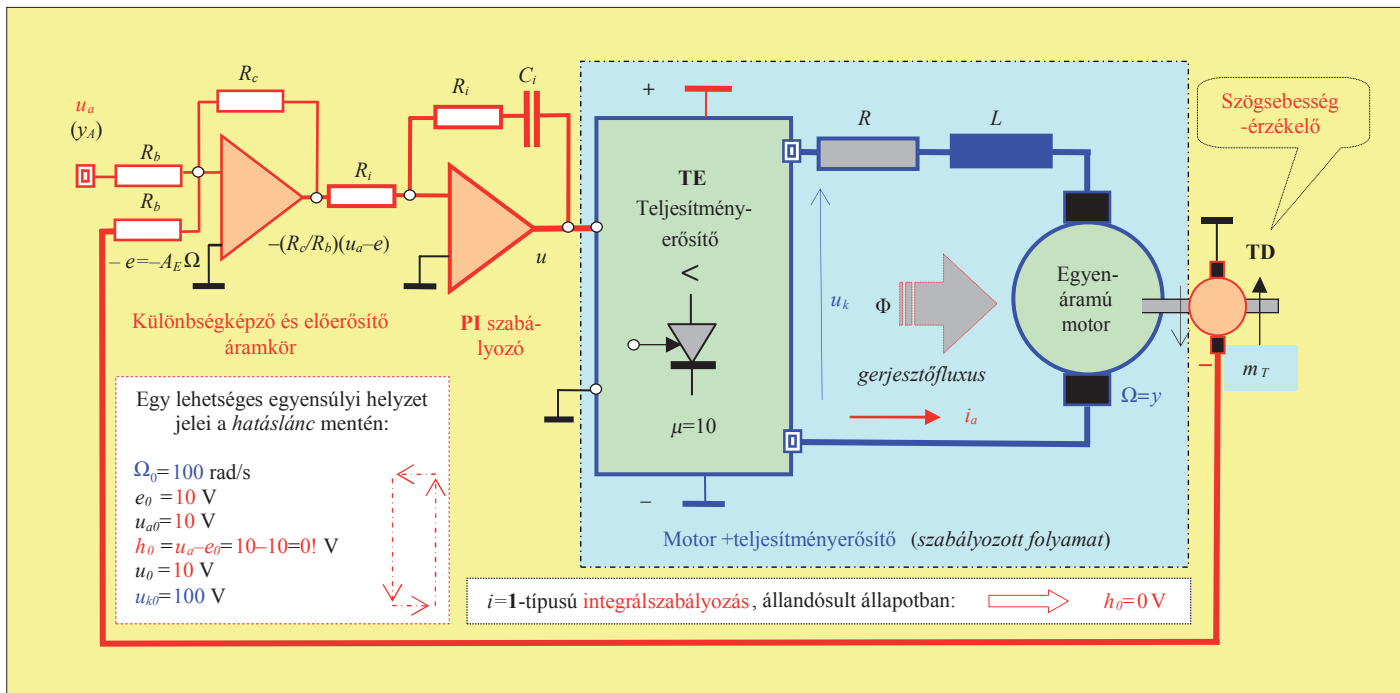
$$\begin{aligned} \Omega_0 = 100 \text{ rad/s} \rightarrow e_0 = 10 \text{ V} \rightarrow h_0 = u_{a0} - e_0 = \\ = 10 - 10 = 0 \text{ V} \rightarrow u_0 = 10 \text{ V} \rightarrow u_{k0} = 100 \text{ V} \rightarrow \Omega_0 = 100 \text{ rad/s.} \end{aligned}$$

Ha a rendszer ebben a (0)-jelű egyensúlyi üzemállapotban van, és az m_T terhelőnyomaték a névleges értékére $m_T(t) = m_{Tn} \mathbf{1}(t)$ szerint ugrásszerűen megváltozik, ez a szögsebesség $\Delta \Omega(t)$ megváltozását (csökkenését) eredményezi. Ezért az e ellenőrzőjelet is $\Delta e(t)$ mértékben csökken, a h hibajel $\Delta h(t) = \Delta e(t)$ értékkel növekszik, ami az u irányítójelet és az u_k kapocsfeszültség növekedését – és ezeken keresztül az Ω szögsebesség növekedését – hozza létre. A névleges értékére ugrásszerűen megnőtt terhelőnyomaték mellett az új – (i)-jelű – egyensúlyi helyzet akkor tud kialakulni, ha a *zárt* szabályozási rendszer aszimptotikusan stabilis³. Ebben az új egyensúlyi helyzetben a $h(t)$ hibajelnek *ismét zérusnak kell lennie*, mert ha nem ez lenne, a szabályozó integráló tulajdonsága miatt a *hatáslánc* $u(t)$, $u_k(t)$, $\Omega(t)$, $e(t)$ jelei is változnának. Vagyis $h \neq 0$ mellett egyensúlyi helyzet elvileg sem jöhet létre. Mindezekből az is következik, hogy a zavarás bekövetkezése utáni új, (i)-jelű egyensúlyi helyzetben – ha ez egyáltalán létrejöhét – a hibajel $h_i = u_{a0} - e_i = u_{a0} - A_E \Omega_i = 0$, amiből $\Omega_i = u_{a0} / A_E = y_A$. Tehát a szabályozott jellemző szükségszerűen *visszaáll* az eredeti – a zavarójelet megjelenése előtti – $y = y_A = 100$ rad/s alapértékére⁴.

² Az a tulajdonság, hogy a $h_0 = u_{a0} - e_0 = 10 - 10 = 0$ V zérus hibajel képes fenntartani $u_0 = 10$ V irányítójelet, a PI-szabályozó integráló (I) fokozatából származik. Egy más megfogalmazásban: ha az önbeálló folyamatot integráló tulajdonságot is tartalmazó szabályozó működteti, akkor a stabilis rendszer egyensúlyi helyzetében (állandó u_{a0} alapjel mellett) a hibajelnek szükségszerűen zérusnak kell lennie.

³ A stabilis rendszer (a terhelőnyomaték m_{Tn} ugrásának hatására) ekkor a (0)-jelű egyensúlyi pontjából „átmegy” az (i)-jelű egyensúlyi pontjába.

⁴ Ez azért lehetséges, mert a tranzien্স folyamat alatt a szabályozóberendezés az u_k kapocsfeszültséget éppen akkora értékkel növeli meg, mint amekkora a terhelés okozta szögsebesség csökkenés teljes mértékű kompenzálásához szükséges. A (0) egyensúlyi pontból az (i) egyensúlyi pontba történő átmenet *elvileg* $t \rightarrow \infty$ idő alatt megy végbe.



1. ábra Egyenáramú motor fordulatszám-szabályozásának szerkezeti-áramköri vázlata

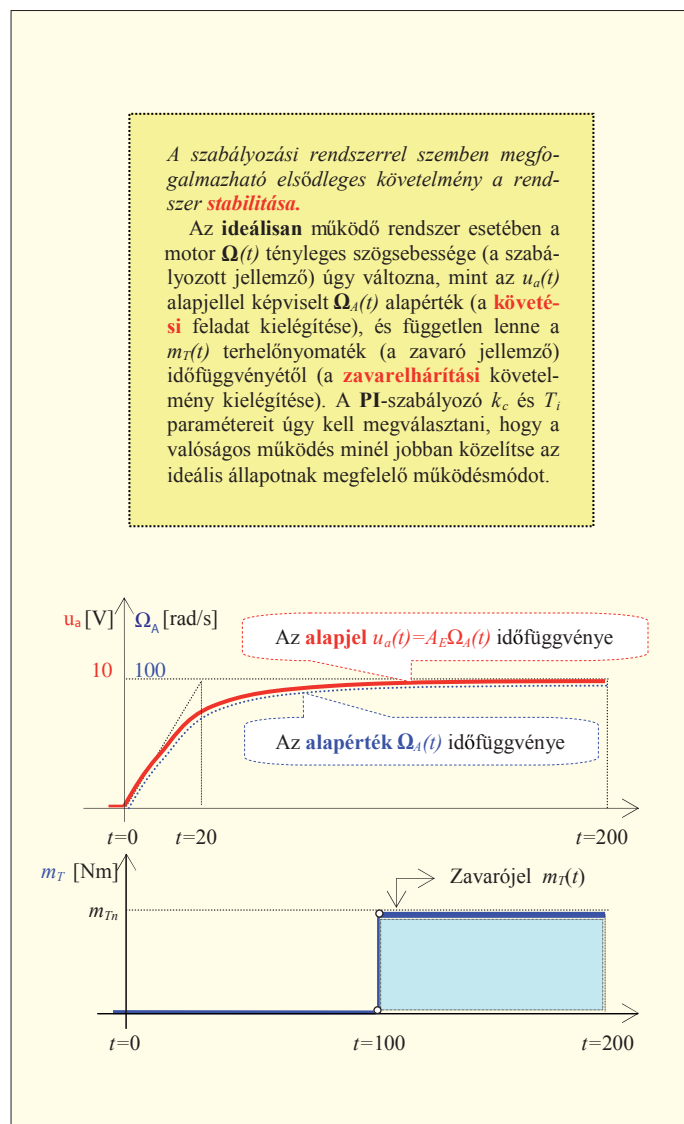
Mindez a **PI**-szabályozó integráló, **(I)**-fokozatából származó működésmód eredménye. Az igazi kérdések azonban a zárt rendszer üzemtanát illetően azok, hogy

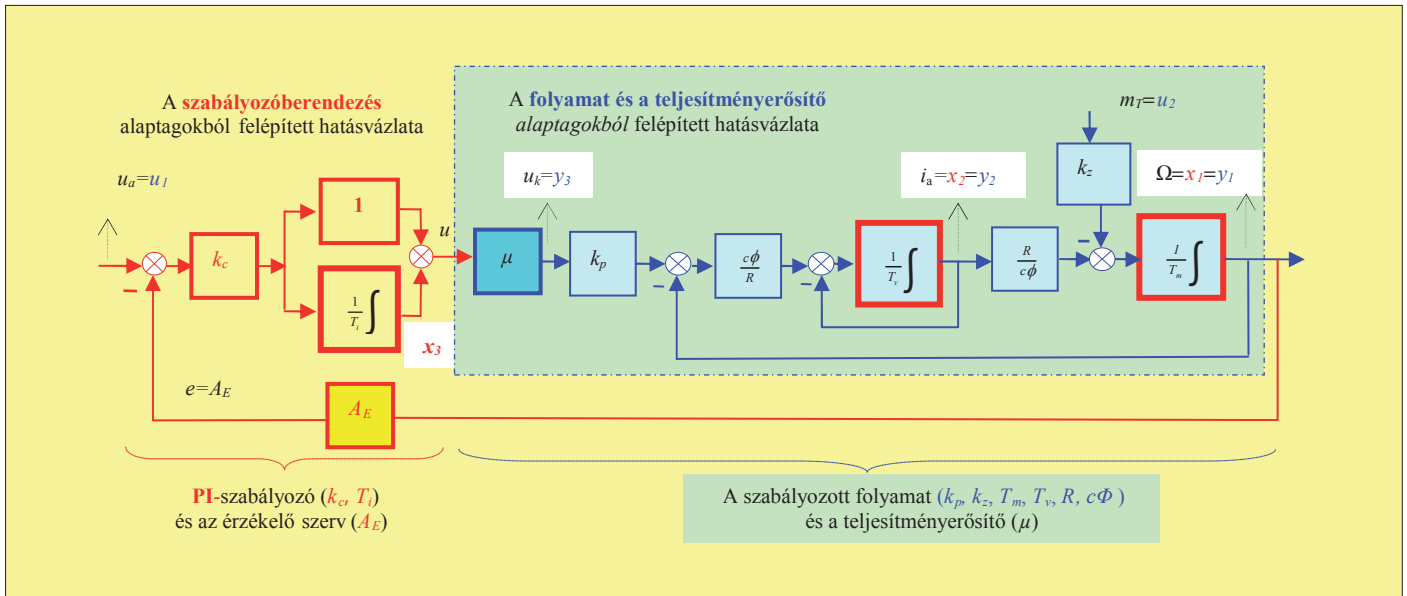
- milyen feltételek teljesülése mellett stabilisak a **(0)**- és az **(i)**-jelű egyensúlyi pontok? (→ lásd a visszacsatolt zárt rendszer **stabilitásvizsgálatát**),
- milyen $\Omega(t)$, $i_a(t)$ időfüggvényekkel „megy át” a stabilis rendszer a nyugalmi (álló) állapotából a **(0)**-jelű egyensúlyi pontjába, illetve a **(0)**-jelű egyensúlyi pontjából az **(i)**-jelű egyensúlyi pontjába? (→lásd a rendszer **tranzienseinek analízisét**),
- adott $u_a(t)$ és $m_T(t)$ gerjesztések mellett hogyan változnak a $h(t)$, $u(t)$, $u_k(t)$, $\Omega(t)$ és $i_a(t)$ jelek időfüggvényei? (→lásd: az **értéktartási és követési tulajdonságok** vizsgálatát),
- egy elfogadható minőségi jellemzőkkel rendelkező zárt, visszacsatolt rendszerben hogyan és mekkorára kell megválasztani a szabályozó áramkörében szerepet játszó R_b , R_c , R_p és C_i elemeket? (→ lásd a zárt rendszer szabályozójának **rendszer-technikai és áramköri** méretezését).

Az a. és c. kérdések megválaszolásában az *állapotegyenletre* alapozott tárgyalásmód mutatkozik célszerűnek, a b. és d. kérdések esetében pedig az *átviteli* függvényekre és az ebből származtatható *frekvenciamódszerre* alapozott eljárások a célirányosan használható módszerek.

Fontos megjegyeznünk, hogy az előzőekben a szabályozóra, ill. a szabályozott folyamatra (tehát a szabályozási hurokban szerepet játszó *alrendszerre*) vonatkozó különféle matematikai modelleket tárgyaltuk. A zárt visszacsatolt rendszer matematikai modellje ugyanezen alrendszerek részmodelljeiből épül fel, ezektől azonban – az egymással *soros kapcsolást*, ill. *visszacsatolást* alkotó struktúra miatt – minőségileg különbözik. A különbözőségeik egyike, hogy a *labilis* szabályozót és az aszimptotikusan stabilis folyamatot tartalmazó zárt, negatívan visszacsatolt rendszerben megválaszthatók a szabályozó paraméterei olyan módon, hogy a zárt rendszer aszimptotikusan stabilis legyen, de nem megfelelő paraméterválasztásnál a visszacsatolt rendszer labilissá is válhat. Ez utóbbi esetben természetesen sem a **(0)**-, sem pedig az **(i)**-jelű

2. ábra A szabályozási rendszert „támadó” $u_a(t)$, $m_T(t)$ bemenőjelek





3. ábra A fordulatszám-szabályozás hatásvázlatának felépítése lineáris alaptagokból

egyensúlyi helyzet nem jöhet létre, és a *labilis szabályozási rendszer feladatainak ellátására alkalmatlan* (a labilis szabályozás hatásláncában szereplő minden jel egyre növekvő amplitúdóval mindaddig lengő mozgást végez, amíg valamelyik eleme telítődésbe nem kerül, vagy katasztrofális meghibásodás nem keletkezik).

A determinisztikus vizsgálójelek

A vizsgálatokat arra az esetre végezzük, amikor előzetesen definiált, determinisztikus $u_a(t)$ alapjelet és $m_T(t)$ terhelőnyomatékat veszünk fel (2. ábra), és azt keressük, hogy ezek hatására az $\Omega(t)$, $u_k(t)$ és $i_a(t)$ jelek hogyan változnak az időben. A felvett $u_a(t) = 10(1 - e^{-t/20})\mathbf{1}(t)$ vizsgálójel $t \rightarrow \infty$ mellett az $u_{a0} = 10$ végértékéhez tart. Ideális esetben a motor tényleges $\Omega(t)$ szögsebességének az $u_a(t)$ alapjelnak megfelelő $\Omega_A(t) = u_a/A_E = 10(1 - e^{-t/20})\mathbf{1}(t)$ alapértéket kellene hibamentesen követnie. Mivel a $0 < t < 100$ intervallumban az m_T terhelőnyomaték zérus, ezért ekkor a rendszer úgy viselkedik, mintha üresjárási állapotára futna fel. A $t = 100$ időpontban a terhelőnyomaték az m_{Tn} névleges értékére ugrik: $m_T(t) = m_{Tn}\mathbf{1}(t - 100)$. Ennek hatására az üresjárásra történő felfutás folyamatában *változás* keletkezik, ami természetesen az Ω szögsebesség és az i_a armatúraáram transziens folyamataira is kihat.

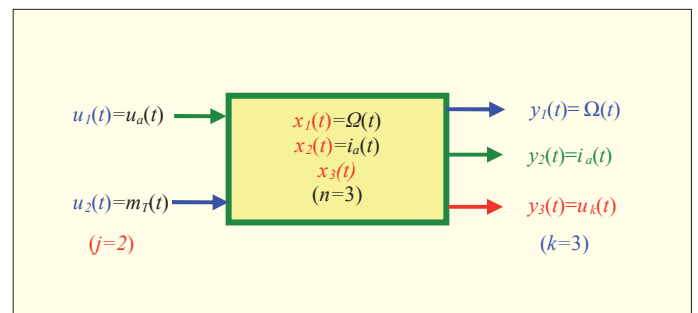
A zárt szabályozási rendszert tehát – feltételezéseink szerint – az adott $u_1(t) = u_a(t)$ alapjel és $u_2(t) = m_T(t)$ zavarójel (bemenőjelek) gerjesztik⁵. Az analízis elsődleges feladata a gerjesztések hatására keletkező $y_1(t) = \Omega(t)$ szabályozott jellemző és az $y_2(t) = i_a(t)$ armatúraáram időfüggvényeinek kiszámítása. Ez természetesen csak akkor lehetséges, ha a szabályozó és a folyamat minden paraméterét ismerjük.

A rendszer hatásvázlata

A szabályozási rendszer lineáris alaptagokból felépített hatásvázlatát az alrendszer (a szabályozó és a folyamat) korábban tárgyalt hatásvázlati alapján „rakhatjuk össze” (3. ábra). A motor hatásvázlatán az eredetivel egyenértékű átalakításokat végeztünk, és figyelembe vettük, hogy a folyamatot és a szabályozót

a μ jelerősítéssel rendelkező teljesítményerősítő és az A_E átviteli tényezővel rendelkező érzékelőszerv kapcsolja össze⁶.

A hatásvázlat alapján is láthatjuk, hogy a visszacsatolt rendszer *harmadrendű* állapotváltozói az integráló tagok kimenőjelei, nevezetesen az $\Omega = x_1$, $i_a = x_2$ jelek, ill. a **PI-szabályozó I-csatornájának** x_3 kimenőjele. A zárt rendszer kimenőjeleinek a hatásvázlat *bármelyik jelét* (vagy ezek lineáris kombinációit) felvehetjük. Jelen példában kimenőjeleknek *választjuk* az $y_1 = \Omega = x_1$ **szabályozott jellemzőt**, az $y_2 = i_a = x_2$ **armatúraáramot**, valamint az $y_3 = u_k$ **kapocsfeszültséget**. Ezek ugyanis a rendszer olyan fizikai jellemzői, amelyeket célszerű a transziens folyamat alatt nyomon követni. Az $y_1 = \Omega$ szabályozott jellemző esetében ez nyilvánvaló, az $y_2 = i_a$ és az $y_3 = u_k$ esetében az üzembiztonsági szempontok játszhatnak szerepet. Vegyük észre, hogy az $y_1 = x_1$ és $y_2 = x_2$ jelek egyben a folyamat állapotváltozói is, szemben az y_3 kimenőjellel, ami nem egy integrálótag kimenőjele, és ezért *nem is állapotváltozó*⁷. A felvett jelekkel a zárt, negatívan visszacsatolt szabályozási rendszer olyan harmadrendű **MIMO**-taggal jellemezhető, amelynek három állapotváltozója ($x_1 = \Omega$, $x_2 = i_a$, x_3), két bemenőjele ($u_1 = u_a$, $u_2 = m_T$) és három kimenőjele ($y_1 = \Omega$, $y_2 = i_a$, $y_3 = u_k$) van (4. ábra).



4. ábra Az eredő zárt szabályozási rendszer leírása MIMO-taggal

⁵ Természetesen más bemenőjeleket is felvehetnénk a transziens folyamatok vizsgálatára.

⁶ A zárt szabályozási rendszer lineáris alaptagokból felépített hatásvázlatának alapján – az integrálótagok kimenőjeleit állapotváltozóknak tekintve – a dinamikus rendszer állapotegyenlete írható fel.

⁷ Az $y_3 = u_k$ kimenőjel az x_1 , x_3 állapotváltozóknak, valamint az u_1 bemenőjelnak a függvénye: $y_3 = \mu[x_3 + k_c(u_1 - A_E x_1)]$.

Analízis az állapottermdszer alapján.

A szabályozási rendszer hatásvázlatából is kikövetkeztethetően $u_a(t) = u_{a0} \mathbf{1}(t)$ alapjel mellett (az állandó értékű **zavarójel** **függetlenül**) a rendszer kizárólag akkor tud nyugalomba kerülni, ha az $u_a - e_0 = u_{a0} - A_E y_{10}$ hibajele zérus. Ekkor a szabályozó integráló csatornája zérus bemenőjelet kap, ezért a rendszer kimenőjele $y_{10} = u_{a0} / A_E = y_A$ állandó értékű. Ez az *aszimptotikus stabilis integrálszabályozás* jellegzetes tulajdonsága. Az aszimptotikus stabilitás feltétele, hogy a harmadrendű rendszer állapotmátrixának mindhárom sajátértékére $real(\lambda_{Ri}) < 0$ legyen. Ezeket a sajátértékeket a szabályozó és a folyamat $k_c, T_p, A_E, \mu, k_p, R, c\Phi, T_m, T_v$ paramétereit szabják meg⁸. Az alaptagokból felépített hatásvázlat alapján a szabályozási rendszer koordinátákban adódó állapotegyenletei:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{T_m} \left(\frac{R}{c\Phi} x_2 - k_z u_2 \right) = \frac{1}{T_m} \left(0x_1 + \frac{R}{c\Phi} x_2 + 0x_3 + 0u_1 - k_z u_2 \right) \\ \frac{dx_2}{dt} &= \frac{1}{T_v} \left(-x_2 - \frac{c\Phi}{R} x_1 + \mu k_p \frac{c\Phi}{R} x_3 + k_c \mu k_p \frac{c\Phi}{R} (u_1 - A_E x_1) \right) = \\ &= \frac{1}{T_v} \left(-\left(\frac{c\Phi}{R} + k_c \mu k_p A_E \frac{c\Phi}{R} \right) x_1 - x_2 + \mu k_p \frac{c\Phi}{R} x_3 + k_c \mu k_p \frac{c\Phi}{R} u_1 + 0u_2 \right) \\ \frac{dx_3}{dt} &= \frac{1}{T_i} k_c (u_1 - A_E x_1) = \frac{1}{T_i} (-k_c A_E x_1 + 0x_2 + 0x_3 + k_c u_1 + 0u_2) \\ y_1 &= x_1 = x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0u_1 + 0u_2 \\ y_2 &= x_2 = 0x_1 + x_2 + 0x_3 + 0u_1 + 0u_2 \\ y_3 &= \mu x_3 + k_c \mu (u_1 - A_E x_1) = -k_c \mu A_E x_1 + 0x_2 + \mu x_3 + k_c \mu u_1 + 0u_2. \end{aligned}$$

Mátrix alakban:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{T_m} \frac{R}{c\Phi} & 0 \\ -\frac{c\Phi}{R} + k_c \mu k_p A_E \frac{c\Phi}{R} & -\frac{1}{T_v} & \frac{\mu k_p c\Phi}{R} \\ -\frac{k_c A_E}{T_i} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_R} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{k_z}{T_m} \\ \frac{k_c \mu k_p c\Phi}{R} & 0 \\ \frac{k_c}{T_i} & 0 \end{bmatrix}}_{B_R} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -k_c \mu A_E & 0 & \mu \end{bmatrix}}_{C_R} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_c \mu & 0 \end{bmatrix}}_{D_R} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \frac{dx(t)}{dt} &= A_R x(t) + B_R u(t) \\ y(t) &= C_R x(t) + D_R u(t). \end{aligned}$$

⁸ A zárt rendszer stabilitását megszabó A_R állapotmátrix λ_{Ri} sajátértékéi nem azonosak a szabályozó és a folyamat A_c ill. A_p állapotmátrixainak λ_{cp} ill. λ_{pi} sajátértékével!

Ebben az állapotegyenletben az A_R, B_R, C_R és D_R a visszacsatolt rendszer **eredő paramétermátrixai**. Ezek és az ezekben szereplő paraméterek szabják meg a **zárt** szabályozási rendszer statikus és dinamikus tulajdonságait. A $k_p, k_z, T_m, T_v, R, c\Phi, \mu, A_E$ adatok a villamos motor, a teljesítményerősítő és az érzékelőszerv paraméterei, a szabályozás rendszertervezője ezeket általában „készen kapja”. A **PI**-szabályozót a k_c átviteli tényező és a T_i integrálási idő parametrizálja. Ezeket kell a tervezőnek úgy megválasztania, hogy a zárt rendszerre előírt követelmények megvalósuljanak⁹. A követelmények legfontosabbika természetesen a rendszer stabilitása, amit az A_R állapotmátrix negatív valós vagy negatív valósrésztű $\lambda_{R1}, \lambda_{R2}, \lambda_{R3}$ sajátértékéi biztosítanak. Az A_R állapotmátrix karakterisztikus polinomja:

$$\det(\lambda I - A_R) = \det \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{T_m} \frac{R}{c\Phi} & 0 \\ \frac{c\Phi}{R} + k_c \mu k_p A_E \frac{c\Phi}{R} & -\frac{1}{T_v} & \frac{\mu k_p c\Phi}{R} \\ -\frac{k_c A_E}{T_i} & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

És innen a karakterisztikus egyenlet:

$$\begin{aligned} \lambda \left(\lambda + \frac{1}{T_v} \right) \lambda + \frac{1}{T_m} \frac{R}{c\Phi} \left[\frac{c\Phi}{R} (1+k) \lambda + \frac{c\Phi}{R} \frac{k}{T_v T_i} \right] &= 0 \\ T_m T_v T_i \lambda^3 + T_m T_i \lambda^2 + T_i (1+k) \lambda + k &= 0 \quad k = k_c \mu k_p A_E. \end{aligned}$$

Fontos észrevennünk, hogy a *harmadfokú* karakterisztikus egyenlet $\lambda_{R1}, \lambda_{R2}, \lambda_{R3}$ gyökeire (az A_R eredő állapotmátrix sajátértékére) a **PI**-szabályozó k_c átviteli tényezőjének és a T_i integrálási (ismétlési) idejének alapvető befolyása van. Ez azt jelenti, hogy a szabályozó k_c és T_i paramétereinek kizárólag azon értékei jöhetnek szóba, amelyek mellett a zárt szabályozási rendszer $\lambda_{R1}, \lambda_{R2}$ és λ_{R3} pólusai az s komplex sík negatív valós részű félsíkján helyezkednek el (lásd a szabályozási rendszer korábban tárgyalt stabilitási kritériumait).

(Folytatjuk!)

szbela@iit.bme.hu
juhaszne@iit.bme.hu

⁹ A k_c és T_i megválasztását követően (egy hardware-tervezés keretei között) a szabályozó R_p, R_c, R_i, C_i paramétereit is meg kell választani.