

Szabályozástechnika - 17.

Az elmélet egy alkalmazása

Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencné

Egy külső gerjesztésű, egyenáramú villamos motor fordulatszám-szabályozásának példáját folytatva a cikksorozat lehetőségét arra, hogy a szabályozástechnika fogalmait, módszereit és szabályait illusztráljuk. Az alábbiakban a folyamat alrendszerének differenciálegyenletét és átviteli függvényeit, ill. az alaptagokból felépített hatásvázlatát, az állapotegyenletét és az átviteli mátrixát tárgyaljuk.

A folyamat differenciálegyenlete (LDE) és átviteli függvényei

A folyamat bemenőjelei az u_k kapcsolófeszültség és az m_T terhelőnyomaték, kimenőjele az Ω szögsebesség. Felhasználva a motor *alapegyenleteit*, a kimenő- és bemenőjelek közötti függvénykapcsolat az alapegyenletek egymásba történő helyettesítése és az egyenletrendezése alapján írható fel. Ennek – az alapegyenletek átalakítását itt nem részletező – alakja:

$$\frac{R\theta}{(c\Phi)^2} \frac{L}{R} \frac{d^2\Omega(t)}{dt^2} + \frac{R\theta}{(c\Phi)^2} \frac{d\Omega(t)}{dt} + \Omega(t) = \frac{1}{c\Phi} u_k(t) - \frac{R}{(c\Phi)^2} [m_T(t) + \frac{L}{R} \frac{dm_T(t)}{dt}]$$

Legyen $T_m = R\theta/(c\Phi)^2$ az elektromechanikai időállandó [s], $T_v = L/R$ a motor armatúrakörének villamos időállandója [s], $k_p = 1/(c\Phi)$ az u_k kapcsolófeszültségre vonatkozó átviteli tényező [rad/Vs], és $k_z = R/(c\Phi)^2$ az m_T terhelőnyomatékra vonatkozó átviteli tényező [rad/Nms]. Ezekkel a jelölésekkel a villamos motor másodrendű lineáris differenciálegyenlete, valamint ennek megoldása az s Laplace-operátor tartományban:

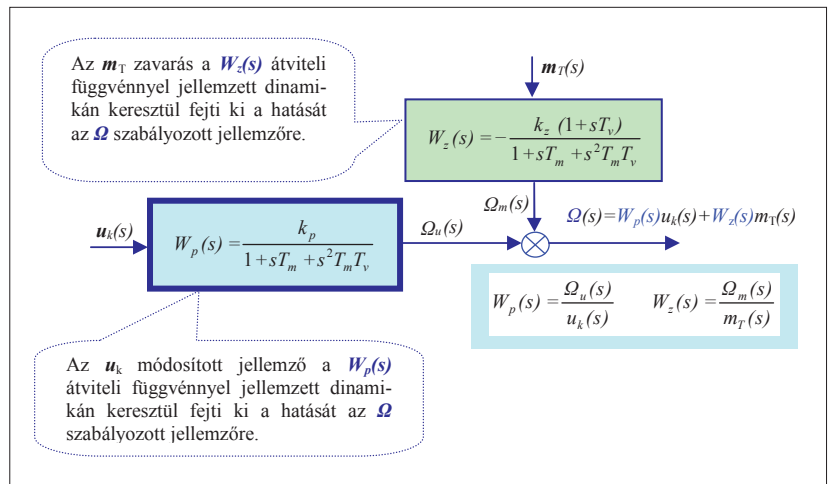
$$T_m T_v \frac{d^2\Omega(t)}{dt^2} + T_m \frac{d\Omega(t)}{dt} + \Omega(t) = k_p u_k(t) - k_z [m_T(t) + T_v \frac{dm_T(t)}{dt}]$$

$$\Omega(s) = \frac{k_p}{1 + sT_m + s^2 T_m T_v} u_k(s) - \frac{k_z(1 + sT_v)}{1 + sT_m + s^2 T_m T_v} m_T(s) = W_p(s) u_k(s) + W_z(s) m_T(s)$$

A folyamatnak az u_k kapcsolófeszültségre és az m_T terhelőnyomatékra vonatkozó átviteli függvényei és a folyamat hatásvázlata az 1. ábrán látható.

Megjegyzés:

Ω_u az Ω szögsebesség u_k kapcsolófeszültségtől függő komponense, az Ω_m pedig a szögsebesség m_T terhelőnyomatéktól függő komponense ($\Omega = \Omega_u + \Omega_m$). Figyeljünk fel a $W_z(s)$ átviteli függvény negatív előjelére, ill. arra, hogy számlálójának $-1/T_v$ értékű zérusa van. A negatív előjel jelentése: m_T növekedése a szögse-

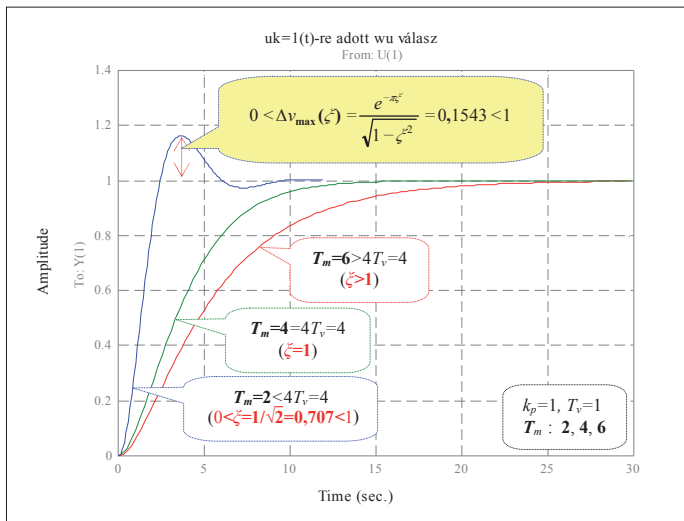


1. ábra A motor átviteli függvényekkel jellemzett hatásvázlata

bességet csökkenti, a zérus hely jelentése: az Ω_m összetevőt az m_T bemenőjelen kívül annak $dm_T(t)/dt$ idő szerinti differenciáhányadosa is befolyásolja.

Ezeknek az átviteli függvényeknek és az ezekben szereplő k_p , k_z , T_m , T_v paramétereknek az ismeretében megválaszolható az a kérdés, hogy adott (előzetesen felvett) $u_k(t)$ kapcsolófeszültség- és $m_T(t)$ terhelőnyomaték-gerjesztésekre a folyamat milyen $\Omega_u(t) = L^{-1}\{\Omega_u(s)\} = L^{-1}\{W_p(s)u_k(s)\}$ és $\Omega_m(t) = L^{-1}\{\Omega_m(s)\} = L^{-1}\{W_z(s)m_T(s)\}$ válaszokat ad. Az átviteli függvényekhez rendelhető, karakterisztikus egyenlet $s^2 T_m T_v + sT_m + 1 = 0$. Ennek gyökei (a folyamat alrendszerének p_1, p_2 pólusai):

$$p_{1,2} = \frac{-T_m \pm \sqrt{T_m^2 - 4T_m T_v}}{2T_m T_v} = \begin{cases} -\frac{1}{2T_v} \pm \sqrt{\frac{T_m - 4T_v}{4T_m T_v^2}} & \text{ha } T_m > 4T_v \\ -\frac{1}{2T_v}, -\frac{2}{T_m} & \text{ha } T_m = 4T_v \quad (p_1 = p_2) \\ -\frac{1}{2T_v} \pm j\sqrt{\frac{4T_v - T_m}{4T_m T_v^2}} & \text{ha } T_m < 4T_v \end{cases}$$



2. ábra A motor u_k kapcsolásfeszültségére vonatkozó átmeneti függvénye a ζ csillapítási tényező különböző értékeire

Miután a $T_m > 0$ és $T_v > 0$ időállandók elvileg pozitív számértékek, mindkét pólus negatív vagy negatív valósrésű, és ezért a $W_p(s)$ és a $W_z(s)$ átviteli függvények aszimptotikusan stabilis (önbeálló) tagokat definiálnak¹. Ennek jelentése az, hogy $u_k = u_{k0}$ = állandó, $m_T = m_{T0}$ = állandó bemenőjelek hatására $t \rightarrow \infty$ mellett a szögsebesség is $\Omega_0 = k_p u_{k0} - k_m m_{T0}$ állandó értéket vesz fel². A $T_m < 4T_v$ paraméterek mellett a $W_p(s)$ átviteli függvény a kéttárolós, lengő tag (T_ξ tag) jelátviteli tulajdonságainak is megfelelő, ahol $T_0^2 = T_m T_v$, $2\zeta T_0 = T_m$ és $0 < \zeta < 1$. Ekkor:

$$W_p(s) = \frac{k_p}{1 + sT_m + s^2T_mT_v} = \frac{k_p}{1 + 2\zeta T_0 s + T_0^2 s^2}$$

A villamos motor ζ csillapítási tényezője tehát:

$$\zeta = \frac{T_m}{2T_0} = \frac{T_m}{2\sqrt{T_m T_v}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m}{T_v}}$$

A ζ csillapítási tényező akkor van a $0 < \zeta < 1$ intervallumban, ha $T_m < 4T_v$. Ilyen esetben $W_p(s)$ pólusai negatív valósrésű, konjugált komplex értékek, és az ugrásválaszok tranzienis folyamatai lengéseket tartalmaznak. $T_m = 4T_v$ esetében a csillapítási tényező $\zeta = 1$, ez a leggyorsabb aperiodikus beállítás határeset³. A $T_m > 4T_v$ mellett a beállítás aperiodikus jellegű, ekkor $W_p(s)$ mindkét pólusa negatív valósérték: $1 + sT_m + s^2T_mT_v = (1 + sT_1)(1 + sT_2)$ és

¹ Matematikai tétel szerint a másodfokú polinom mindkét gyöke negatív valósrésű, ha a polinom együtthatói azonos előjelű számértékek. A folyamat aszimptotikus stabilitása a fizikai tulajdonságokból is kikövetkeztethető.

² A példában Φ = állandó feltételezéssel dolgozunk és kizárólag az armatúrákörü beavatkozást tárgyaljuk. Ennek megfelelően ekkor a $c\Phi$ tényező is géppállandó.

³ $T_m < 4T_v$ esetében $0 < \zeta < 1$, és ekkor az átmeneti függvény $1 > \Delta v_{max}(\zeta) > 0$ túllövése kizárólag a ζ csillapítási tényezőnek a függvénye (lásd a 2. ábrát). $T_m = 4T_v$ esetében $\zeta = 1$, ekkor a karakterisztikus egyenletnek két, egymással azonos gyöke van, és $\Delta v_{max} = 0$ (az inverz Laplace-transzformáció alkalmazásakor ezt a körülményt figyelembe kell venni, és a többszörös multiplicitásnak megfelelő formulát kell alkalmazni). Ha $T_m \gg T_v$, akkor $1 + sT_m + s^2T_mT_v \approx 1 + s(T_m + T_v) + s^2T_mT_v = (1 + sT_m)(1 + sT_v)$ és $p_1 \approx -1/T_m$, ill. $p_2 \approx -1/T_v$.

$p_1 = -1/T_p$, ill. $p_2 = -1/T_2$. Ezek a tulajdonságok szemléletesen jelennek meg a motor u_k kapcsolásfeszültségére vonatkozó átmeneti függvényén (egységugrás válaszában, lásd 2. ábra).

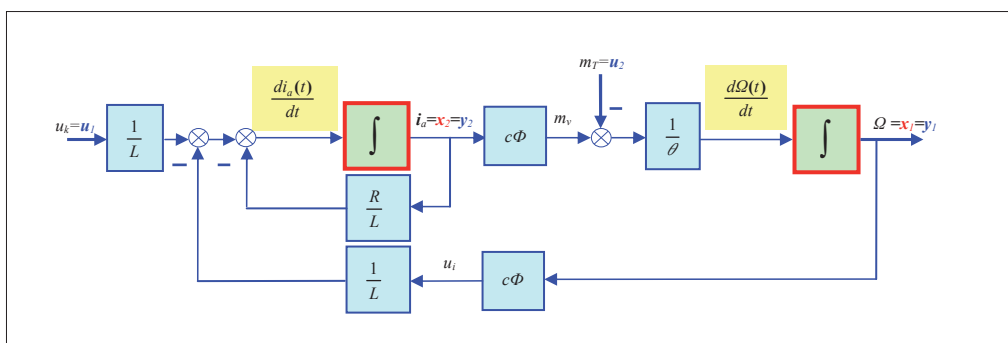
Az m_T terhelőnyomatéokra vonatkozó átmeneti függvény meghatározását az olvasóra bizzuk⁴.

A folyamat alaptagokból felépített hatásvázlata, állapotegyenlete és átviteli mátrixa

A motor alapegyenleteiből átalakítással kapjuk:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega(t)}{dt} &= \frac{1}{\theta} m_v(t) - \frac{1}{\theta} m_T(t) \\ \frac{di_a(t)}{dt} &= -\frac{R}{L} i_a(t) - \frac{1}{L} u_i(t) + \frac{1}{L} u_k(t) \\ m_v(t) &= c\Phi i_a(t) \\ u_i(t) &= c\Phi \Omega(t) \end{aligned}$$

Ezek alapján a 3. ábrán a motor lineáris alaptagokból felépíthető egyik⁵ lehetséges hatásvázlata látható.



3. ábra A motor leírása lineáris alaptagokat tartalmazó hatásvázlattal

Ez a lineáris alaptagokból felépített hatásvázlat a tranzienis folyamatok minőségi megítélésében is kiválóan használható. Két integráló tagja a folyamat $n=2$ rendszámára utal. A motor $u_{k0} = 0$, $m_{T0} = 0$ bemenőjelekhez tartozó nyugalmi (álló) helyzetében a hatásvázlat (és a fizikai rendszer) minden jele – tehát az $i_a(0) = 0$, $\Omega(0) = 0$ kimenőjelek is – zérus értékűek. Ha ebben az üzemi állapotban (a motor álló helyzetében) a terheletlen gép kapcsolásfeszültsége $u_k(t) = u_{k0}(t)$ szerint u_{k0} -ra változik, akkor ez a hatás az i_a áramra egy integrátoron keresztül, az Ω szögsebességre pedig két – egymással soros kapcsolást alkotó – integrátoron át juthat érvényre. Miután a visszacsatolások kimenőjelei – az állapotváltozók zérus értékei miatt – a $t=0$ időpontban zérus értékűek, ezért a $t \geq 0$ kis környezetében

$$\begin{aligned} i_a(t) &\cong \int_0^t \frac{di_a(t)}{dt} dt = \int_0^t \frac{1}{L} u_{k0} dt = \frac{u_{k0}}{L} t = \frac{u_{k0}}{R} \frac{t}{T_v} \\ \Omega(t) &\cong \int_0^t \frac{d\Omega(t)}{dt} dt = \int_0^t \frac{1}{\theta} c\Phi i_a(t) dt = \int_0^t \frac{1}{\theta} c\Phi \left(\int_0^t \frac{1}{L} u_{k0} dt \right) dt = \\ &= \int_0^t \frac{c\Phi u_{k0}}{\theta L} t dt = \frac{c\Phi}{\theta L} u_{k0} \frac{t^2}{2} = \frac{u_{k0}}{c\Phi} \frac{t^2}{2T_m T_v} \end{aligned}$$

⁴ Segítség: `step(-kz*[Tv 1],[Tm*Tv Tm 1]);`

⁵ Az alapegyenletek felhasználásával a folyamat különféle, egymással egyenértékű hatásvázlatok állíthatók elő. Az állapotegyenletek felírásához azt – a lineáris alaptagokból felépített – hatásvázlatot részesítjük előnyben, amelynél a $dx(t)/dt$ állapotsebességeket integráló tagok bemenetein működtetve azok kimenetein az $x(t)$ állapotváltozók jeleníthetők meg. Az ilyen hatásvázlat alapján a dinamikus rendszer állapotegyenletei egyszerűen felírhatók. Az adott esetben az integráló tagok bemenetein működtetett $d\Omega(t)/dt$ és di_a/dt jelek az integráló tagok kimenetein az $\Omega(t)$, $i_a(t)$ jeleket hozzák létre.

Vagyis az u_{k0} kapocsfeszültség hatására az i_a áram az időben lineárisan, u_{k0}/RT_v meredekséggel kezd növekedni, szemben az Ω szögsebességgel, ami a tranzienst folyamat elején az idő másodfokú hatványa szerint (az időtengellyel érintőlegesen) „indul”. A hatásvázlat integrátorai negatívan visszacsatoltak, ezért a másodrendű rendszer strukturálisan stabilis. Mindebből az is következik, hogy a $t=\infty$ időpontban az u_{k0} hatására szükségszerűen létrejön az egyensúlyi állapot, amikor is az integrátorok mind-egyikének zérus értékű bemenőjele van. Ebben az *egyensúlyi* állapotban tehát $m_T(t)=0$ terhelőnyomaték mellett

$$\left. \frac{di_a}{dt} \right|_{t=\infty} = -\frac{R}{L}i_a(\infty) - \frac{c\Phi}{L}\Omega(\infty) + \frac{1}{L}u_{k0} = 0$$

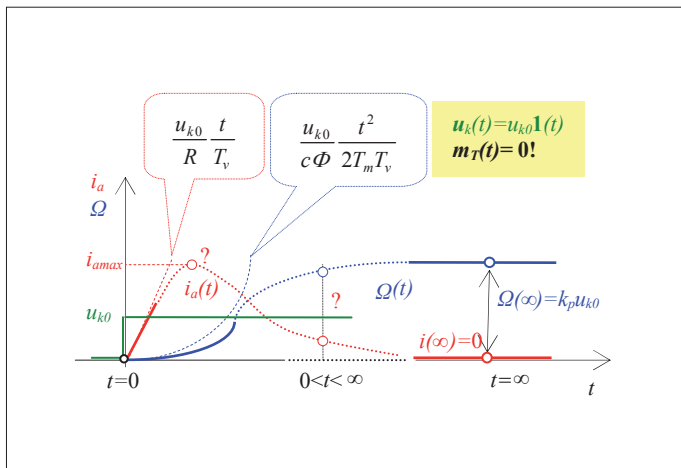
$$\left. \frac{d\Omega}{dt} \right|_{t=\infty} = \frac{c\Phi}{\theta}i_a(\infty) = 0$$

és ezek alapján:

$$i_a(\infty) = 0$$

$$\Omega(\infty) = \frac{1}{c\Phi}u_{k0} = k_p u_{k0} .$$

A tranzienst folyamatot a 4. ábra szemlélteti⁶.



4. ábra Az i_a armatúraáram és az Ω szögsebesség kezdeti és végértékei

Hasonló megfontolásokkal az m_{T0} terhelőnyomaték hatása is áttekinthető, ezt az olvasóra bizzuk.

Annak eldöntése azonban, hogy a tranzienst teljes folyamata alatt – a $0 < t < \infty$ időintervallumban – az $x_1(t)=\Omega(t)$ szögsebességnek és az $x_2(t)=i_a(t)$ armatúraáramnak milyen időbeli lefolyása van (pl. i_{amax} az áramerhelési viszonyok miatt egy fontos adat), a dinamikus rendszer *differenciálegyenletének a megoldása* szükséges. Az **integráló tagok kimenőjelei** (az $\Omega=x_1$ szögsebesség és az $i_a=x_2$ armatúraáram) az elektromechanikai alrendszer **állapotváltozói**, amelyeket egyébként vegyük fel a dinamikus alrendszer kimenőjeleinek is: $\Omega(t)=x_1(t)=y_1(t)$, és $i_a(t)=x_2(t)=y_2(t)$. Ezzel a folyamat leírására olyan **MIMO**-tagot értelmezhetünk, amelynek két állapotváltozója van (tehát rendszáma $n=2$), és két bemenőjellel ($u_1=u_p$, $u_2=m_T$), valamint két kimenőjellel ($y_1=\Omega$, $y_2=i_a$) rendelkezik. Mátrixegyenlet formájában a folyamat (az állandó fluxusú egyenáramú motor) állapotegyenlete és paramétermátrixai a hatásvázlat alapján:

⁶ Az $x_2(t)=i_a(t)$ és az $x_1(t)=\Omega(t)$ időfüggvények $T_m < 4T_v$ esetében nem a 4. ábrán látható, aperiodikus jelleggel változnának, mivel ekkor a másodrendű rendszer csillapítási tényezője a $0 < \zeta < 1$ intervallumban lenne. Az egyenáramú gépek esetében azonban általában $T_m > 4T_v$, ezért az aperiodikus átmenet a meghatározó.

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\Phi}{\theta} \\ -\frac{c\Phi}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\theta} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\Phi}{\theta} \\ -\frac{c\Phi}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\theta} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} .$$

Ez a két, elsőrendű, lineáris differenciálegyenletből álló differenciálegyenlet-rendszer és az ezt kísérő két algebrai egyenlet a motor *egyik* lehetséges (állapotterez alakú) matematikai modellje. Lényeges tulajdonsága, hogy adott $u_1(t)=u_k(t)$ és $u_2(t)=m_T(t)$ gerjesztésekre vonatkozó megoldása nem csupán az $y_1(t)=x_1(t)=\Omega(t)$ szögsebességet tartalmazza, hanem az üzemelesben meghatározó jelentőséggel bíró $y_2(t)=x_2(t)=i_a(t)$ armatúraáramot is. Fontos észrevennünk azt is, hogy az állapotegyenletben – szemben a motor másodrendű differenciálegyenletével – nem szerepel az $u_2(t)=m_T(t)$ bemenőjel $dm_T(t)/dt$ idő szerinti deriváltja sem.

A kétbemenetű (u_p , u_2) és kétkimenetű (y_p , y_2), másodrendű (x_p , x_2) **MIMO**-rendszer (ez jelen esetben az egyenáramú motor) **$W_p(s)$ átviteli mátrixa** az állapotegyenlet A_p , B_p , C_p , D_p paramétermátrixainak ismeretében számítható. Részletezve:

$$W_p(s) = C_p (sI - A_p)^{-1} B_p + D_p =$$

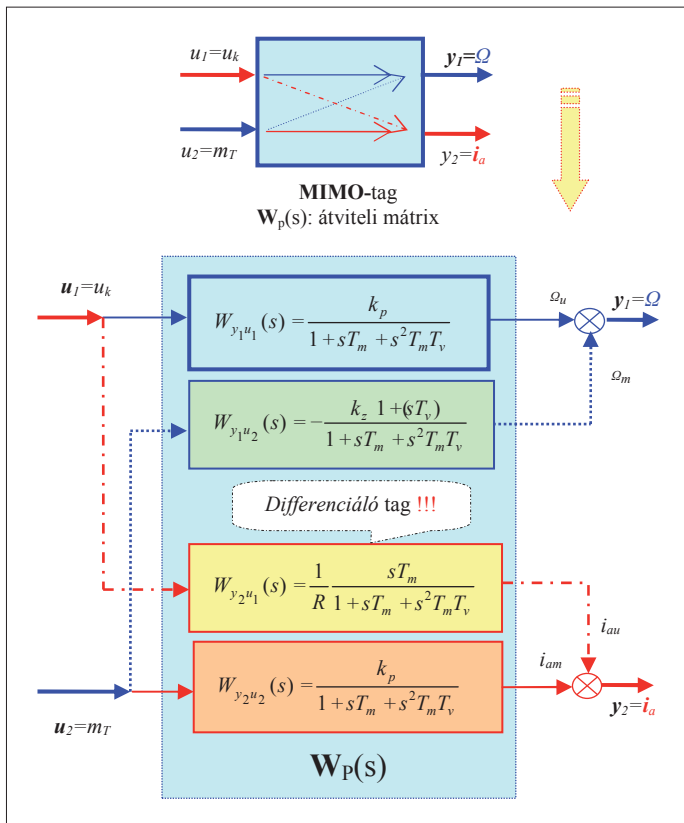
$$= \frac{C_p \text{adj}(sI - A_p) B_p + D_p \det(sI - A_p)}{\det(sI - A_p)} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left\{ s \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\Phi}{\theta} \\ -\frac{c\Phi}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\theta} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{c\Phi \theta L}{\theta L (c\Phi)^2} & \frac{s + \frac{R}{L} \theta L}{\theta (c\Phi)^2} \\ \frac{s^2 T_m T_v + s T_m + 1}{L (c\Phi)^2} & \frac{s^2 T_m T_v + s T_m + 1}{\theta L (c\Phi)^2} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{k_p}{s^2 T_m T_v + s T_m + 1} & \frac{-k_z (1 + s T_v)}{s^2 T_m T_v + s T_m + 1} \\ \frac{\frac{1}{R} s T_m}{s^2 T_m T_v + s T_m + 1} & \frac{k_p}{s^2 T_m T_v + s T_m + 1} \end{bmatrix} =$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} W_{y_1 u_1}(s) & W_{y_1 u_2}(s) \\ W_{y_2 u_1}(s) & W_{y_2 u_2}(s) \end{bmatrix}}_{W_p(s)} .$$



5. ábra A motor átviteli mátrixához rendelhető hatásvázlat és ennek átviteli függvényei

A $W_p(s)$ átviteli mátrix egyes $W_{yu}(s)$ átviteli függvénykomponensei hatásvázlaton is szemléltethetők⁷ (5. ábra).

Az A_p állapotmátrix sajátértékeit előállító karakterisztikus egyenlet:

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - A_p) &= \det \left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \frac{c\Phi}{\theta} \\ -\frac{c\Phi}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \right) = \\ &= \det \begin{bmatrix} \lambda & -\frac{c\Phi}{\theta} \\ \frac{c\Phi}{L} & \lambda + \frac{R}{L} \end{bmatrix} = \\ &= \lambda \left(\lambda + \frac{R}{L} \right) + \frac{(c\Phi)^2}{\theta L} = \lambda^2 + \frac{1}{T_v} \lambda + \frac{1}{T_m T_v} = 0 \\ T_m T_v \lambda^2 + T_m \lambda + 1 &= 0 \Rightarrow T_0^2 \lambda^2 + 2\zeta T_0 \lambda + 1 = 0 \\ T_0 &= \sqrt{T_m T_v} \quad \zeta = \frac{T_m}{2T_0} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_m}{T_v}} \end{aligned}$$

Ennek $\lambda_{1,2}$ gyökei természetesen azonosak az átviteli mátrix komponenseit alkotó átviteli függvények pólusaival ($\lambda_{1,2} = p_{1,2}$), vagyis ismételten megerősíthető, hogy a folyamat aszimptotikusan stabilis. Az $u(t) = [u_{10} \ u_{20}]^T = [u_{k0} \ m_{T0}]^T$ állandó beme-

⁷ Figyeljük meg, hogy a $W_{y_{2u_1}}(s) = i_{a0}(s)/u_k(s)$ átviteli függvény kéttárolós, differenciáló tagot definiál. Ennek fizikai jelentése az, hogy a motor i_a áramtúráramát – állandósult állapotban – az u_k kapcsolófeszültség nem befolyásolja, i_{a0} állandósult értéke kizárólag az m_T terhelőnyomaték állandó értékétől függ: $i_{a0} = k_p m_{T0}$ (i_{a0} az áramtúráram kapcsolófeszültségtől függő összetevője, i_{a0} a terhelőnyomatéktól függő összetevője: $i_a = i_{a0} + i_{a0}$).

⁸ Az $[x_1(t) \ x_2(t)]^T$ -jelölés az $[x_1(t) \ x_2(t)]$ sorvektor transzponáltját (vagyis az oszlopvektort) jelenti.

nőjelek hatására tehát szükségszerűen létrejön az állapotváltozók $x_0 = [x_{10} \ x_{20}]^T = [\Omega_0 \ i_{a0}]^T$ és a kimenőjelek $y_0 = [y_{10} \ y_{20}]^T = [x_{10} \ x_{20}]^T = [\Omega_0 \ i_{a0}]^T$ koordinátákkal⁸ rendelkező egyensúlyi értéke, amikor is a $[dx(t)/dt]_{t=\infty}$ állapotsebességek mindegyike zérus. Az $u_0 = [u_{10} \ u_{20}]^T$ állandó gerjesztésekhez tartozó egyensúlyi helyzetben

$$\begin{aligned} x_0 &= -A_p^{-1} B_p u_0 \\ y_0 &= C_p x_0 + D_p u_0 = (-C_p A_p^{-1} B_p + D_p) u_0 \end{aligned}$$

Az adott paramétermátrixokra részletezve:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} &= - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{c\Phi}{\theta} \\ -\frac{c\Phi}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}^{-1}}_{A_p} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\theta} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}}_{B_p} \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{c\Phi} & -\frac{R}{(c\Phi)^2} \\ 0 & \frac{1}{c\Phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_{10} \\ y_{20} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_p} \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{D_p} \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{c\Phi} & -\frac{R}{(c\Phi)^2} \\ 0 & \frac{1}{c\Phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_p & -k_z \\ 0 & k_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Végeredményben a szögsebesség és az áramtúráram állandósult értékei (hasonlóan a korábban is kapott eredményekkel):

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= k_p u_{k0} - k_z m_{T0} \\ i_{a0} &= k_p m_{T0} \end{aligned}$$

Ezek az összefüggések egyébként – mellőzve a körülményes mátrixműveleteket – az 5. ábra hatásvázlatából közvetlenül is kiolvashatók.

A folytatásban rátérünk az egyenáramú motor szögsebesség-szabályozási rendszerének PI-szabályozóval történő megoldására, valamint az átviteli függvényekre és az állapottermédszerre alapozott analizisének az ismertetésére.

(Folytatjuk!)

szbela@iit.bme.hu
juhaszne@iit.bme.hu