

# Szabályozástechnika - 9.

Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencné

A szabályozástechnikai összefoglaló soron következő részében részletesen megvizsgáljuk a jelátvivő tagok alapstruktúráit, valamint a SISO tag differenciálegyenletéhez rendelhető, lineáris alaptagokat tartalmazó hatásvázlatokat és a tipikusan előforduló tagokat, különös tekintettel a szabályozástechnikában fontos szerepet játszó első- és másodrendű jelátvivő tagokra és azok rendszerjellemző függvényeire.

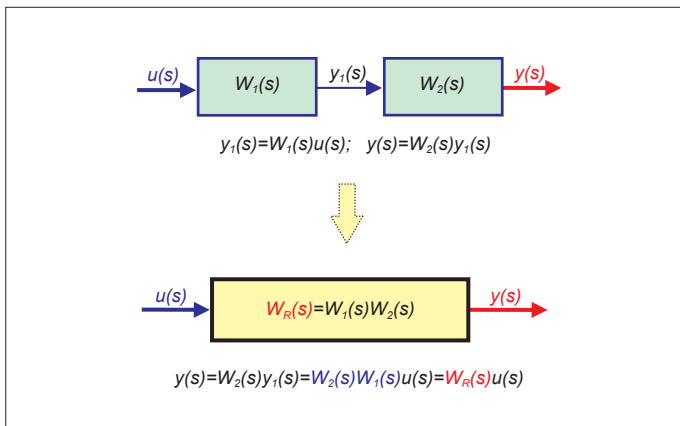
## Jelátvivő tagok alapstruktúrái

Két, matematikai modelljével leírt SISO tag egymással háromféle *alapstruktúrában* fordulhat elő. Ezek az alapstruktúrák a tagok **soros** és **párhuzamos** kapcsolásai, valamint a tagok egymáson keresztül történő *pozitív* vagy *negatív visszacsatolásai*. Az eredő struktúrának a tulajdonságai (hasonlóan, mint a kapcsolásban részt vevő egyedi tagok mindegyikének) a bemenő–kimenő jelek közötti függvénykapcsolatot definiál, rendszerjellemző függvényekkel írhatók le. Az eredő függvénykapcsolat meghatározására célszerűen az alapkapsolásban részt vevő mindkét tagot a  $W_1(s)$  és  $W_2(s)$  átviteli függvényeikkel definiáljuk, és ezek ismeretében számítjuk a rendszer  $W_R(s)$  eredő átviteli függvényét. A következőkben a lehetséges **alapstruktúrákat**<sup>1</sup> tárgyaljuk.

### Tagok soros kapcsolása

Két jelátvivő tag soros kapcsolásakor az első tag  $y_1$  kimenőjele működteti a második tagot, tehát az első tag  $y_1$  kimenőjele egyben a második tag bemenőjele is<sup>2</sup>. A kapcsolást az 1. ábra szemlélteti.

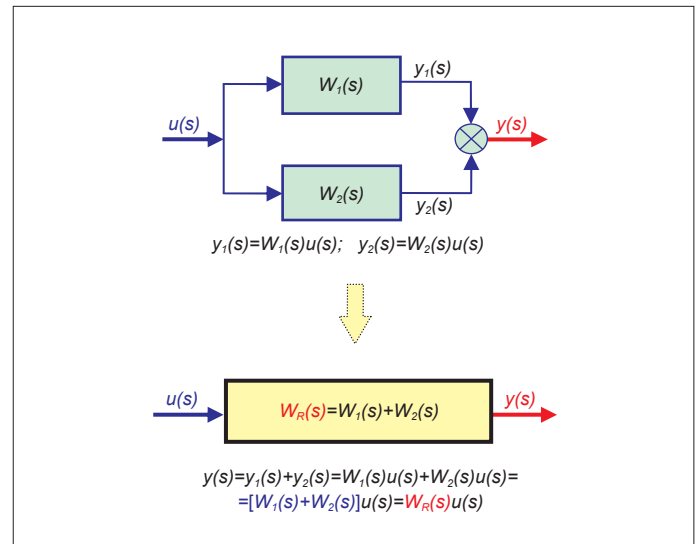
A soros kapcsolás eredő átviteli függvénye a két átviteli függvény **szorzata**. A kapcsolásban szereplő tagok – az eredő jelátviteli tulajdonság megváltozása nélkül – egymással felcserélhetőek.



1. ábra Tagok soros kapcsolása

### Tagok párhuzamos kapcsolása

Két jelátvivő tag párhuzamos kapcsolásakor mindkét tag bemenőjele **azonos**, az eredő kimenőjel az egyes tagok kimenőjeleinek az **összege**.<sup>3</sup> A párhuzamos kapcsolást a 2. ábra szemlélteti.



2. ábra Tagok párhuzamos kapcsolása

A párhuzamos kapcsolásban szereplő tagok – az eredő jelátviteli tulajdonság megváltozása nélkül – egymással felcserélhetőek.

### Tagok visszacsatolása

Két jelátvivő tag egymással visszacsatolt kapcsolást alkot, ha a  $W_1(s)$  átviteli függvényű *visszacsatolt* tag  $\varepsilon(s)$  bemenőjele a rendszer  $u(s)$  bemenőjelének és a  $W_2(s)$  átviteli függvényű *visszacsatoló* tag  $v(s)$  kimenőjelének az összege (**pozitív** visszacsatolás), vagy különbsége (**negatív** visszacsatolás). A *visszacsatolás alapstruktúrája különleges jelentőséggel bír*. Ebben a struktúrában a jelek egy zárt hatásláncú ( $u \rightarrow \varepsilon \rightarrow y \rightarrow v \rightarrow \varepsilon$ ) hurokban terjednek, aminek előnyös és hátrányos<sup>4</sup> tulajdonságai vannak. A visszacsatolás hatásláncában jelentős szerepe van az egyébként egymással soros kapcsolást alkotó  $W_0(s) = W_1(s)W_2(s)$  ún. **hurokátviteli függvénynek**. A kapcsolást a 3. ábra szemlélteti.

Miután a szabályozási rendszer is a **negatív visszacsatolás elvére** épül, ezért az erre vonatkozó

$$W_R(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)} = \frac{W_1(s)}{1 + W_0(s)} = \frac{1}{W_2(s)} \frac{W_0(s)}{1 + W_0(s)}$$

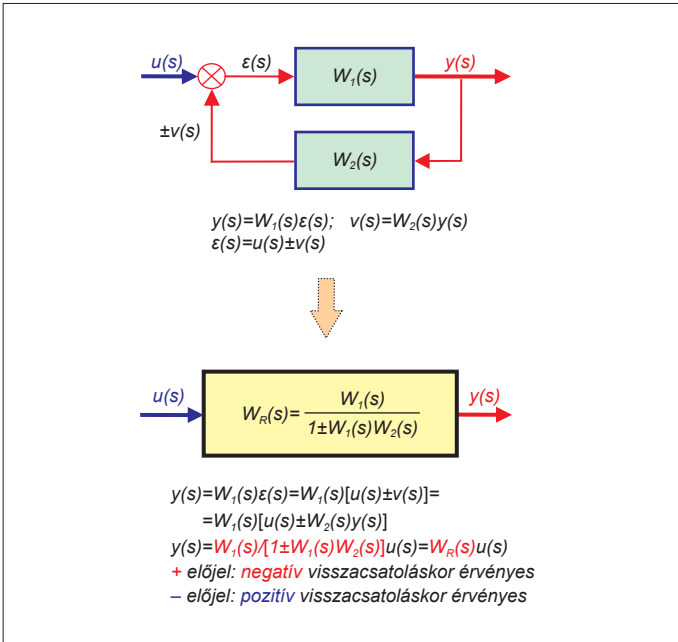
<sup>1</sup> A jelátvivő tagok alapstruktúráiban értelmezett soros és párhuzamos kapcsolások *nem azonos fogalmak* az áramkörökben alkalmazott áramköri elemek soros és párhuzamos kapcsolásaival!

<sup>2</sup> Szerkezeti megoldásban a soros kapcsolás akkor hozható létre, ha az első tag  $y_1$  kimenőjele és a második tag  $y_2$  bemenőjele azonos fizikai jelhordozókkal rendelkeznek.

<sup>3</sup> Szerkezeti megoldásban a párhuzamos kapcsolás akkor hozható létre, ha mindkét tag  $u$  bemenőjelei, és mindkét tag  $y_1, y_2$  kimenőjelei, azonos fizikai jelhordozókkal rendelkeznek. A soros és a párhuzamos kapcsolás tetszőleges  $k$  számú tagra is kiterjeszhető.

- Soros kapcsoláskor  $W_R(s) = W_1(s)W_2(s) \dots W_k(s)$ .
- Párhuzamos kapcsoláskor  $W_R(s) = W_1(s) + W_2(s) + \dots + W_k(s)$ .

<sup>4</sup> A visszacsatolás hátrányos tulajdonsága a struktúra **labilitásának** a lehetősége. Stabilis tagokból felépülő visszacsatolás labilissá válhat, különösen *pozitív* visszacsatolás esetében.



3. ábra Tagok visszacsatolása

eredő átviteli függvény képletének a zárt szabályozási rendszer eredő jelátviteli tulajdonságainak meghatározásában is *alapvető jelentősége* van<sup>5</sup>. A visszacsatolás **zárthurkú** jelterjedési viszonyai – különösen a pozitív visszacsatolás mellett – **stabilitási** problémákhoz vezethet. A kapcsolásban szereplő tagok – az eredő jelátviteli tulajdonság megváltozása nélkül – (a  $W_1(s) = W_2(s)$  eset kivételével) egymással **nem cserélhetőek fel**. Áramkörti példa a 4. ábrán látható.

Megjegyzés

Ha  $W_1(s) = k_1$ ,  $W_2(s) = k_2$  időkéleltetés nélküli, arányos tagok, a visszacsatolt rendszer hatáslánca algebrai hurkot alkot<sup>6</sup>. Ekkor az eredő átviteli függvény (eredő átviteli tényező)  $k_0 = k_1 k_2$  jelölés mellett:

$$W_R(s) = \frac{W_1(s)}{1 \mp W_1(s)W_2(s)} = \frac{k_1}{1 \mp k_1 k_2} = \frac{1}{k_2} \frac{k_0}{1 \mp k_0}$$

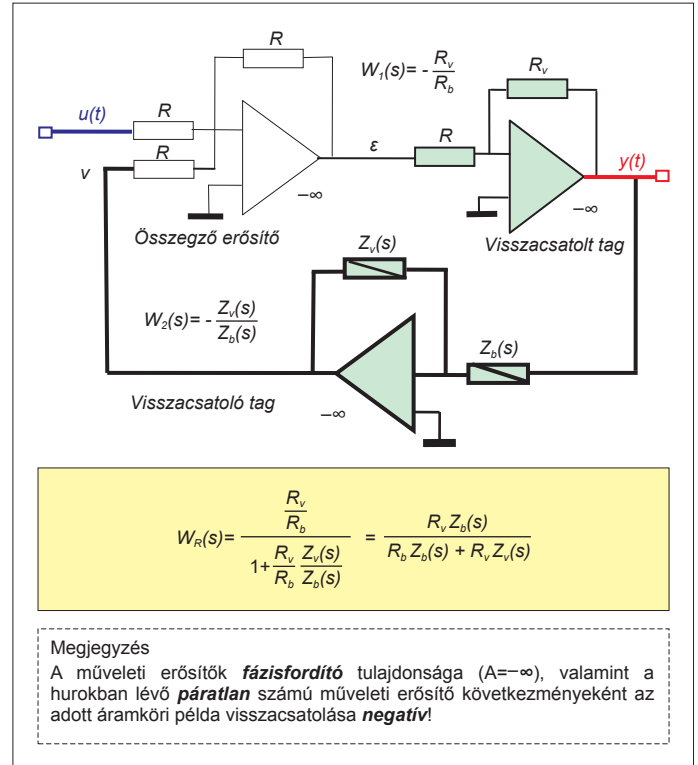
Pozitív visszacsatolás és  $k_0 = 1$  hurokerősítési értéknél  $1 - k_0 = 0$ , és ezért formálisan  $W_R(s) = \infty$ . A pozitívan visszacsatolt algebrai hurok  $k_0 \geq 1$  hurokerősítés mellett nem üzemeltethető, mert a struktúra bármilyen kis értékű  $\delta u$  bemenőjele a visszacsatolás eredő kimenőjelét a telítődésbe viszi. A pozitív visszacsatolás az erősítési tényező növelésére vagy integráló tag megvalósítására használható.

Legyen  $W_1(s) = G_1(s)/H_1(s)$  és  $W_2(s) = G_2(s)/H_2(s)$ . Ekkor a tagok soros kapcsolása esetében az eredő átviteli függvény  $W_R(s) = G_1(s)G_2(s)/[H_1(s)H_2(s)]$ , a tagok párhuzamos kapcsolása esetében pedig  $W_R(s) = [G_1(s)H_2(s) + G_2(s)H_1(s)]/[H_1(s)H_2(s)]$ . Tehát mindkét esetben a nevező ugyanaz a  $H_R(s) = H_1(s)H_2(s)$  kifejezés. A stabilitás feltétele a  $H_R(s)$  – és ezen belül a  $H_1(s)$  és a  $H_2(s)$  polinomok – Hurwitz-polinom volta. Ha tehát a tagok soros és párhuzamos kapcsolásaiban **mindkét** tag aszimptotikusan stabilis<sup>7</sup>, az eredő rendszer is rendelkezik ezzel a tulajdon-

<sup>5</sup> A stabilis negatív visszacsatolás eredő átviteli függvényének képletéből láthatóan  $W_0(s) \gg 1$  esetében  $W_R(s) \approx 1/W_2(s)$ , vagyis az eredő átviteli függvény (közelítőleg) a visszacsatoló tag átviteli függvényének reciproka. Ez a tulajdonság a  $W_1(s)$  átviteli függvénynek, ill. a szabályozási kör visszacsatolásában szereplő *érzékenlő szervnek* különleges jelentőséget ad.

<sup>6</sup> Ez egy idealizált állapot, a valóságos viszonyok mellett a bemenő- és a kimenőjelek közötti jelkéleltetés általában jelen van.

<sup>7</sup> A Hurwitz-polinom minden  $p_i$  gyöke **negatív** – vagy **negatív valós részű** komplex szám. A  $H_R(s) = H_1(s)H_2(s)$  akkor Hurwitz-polinom, ha  $H_1(s)$  és  $H_2(s)$  külön-külön is Hurwitz-polinom. Ha a  $W_R(s)$  átviteli függvény  $H_R(s)$  nevezője Hurwitz-polinom, akkor az eredő rendszer sajátmozgásának transziens komponensei „lecsengenek”, vagyis:  $t \rightarrow \infty$  mellett  $\Sigma e^{p_i t} \rightarrow 0$ .



4. ábra Áramkörti példa tagok visszacsatolására

sággal. Ha viszont a tagok *valamilyike* labilis, akkor az eredő rendszer is az.

Nincs ez így a visszacsatolás esetében<sup>8</sup>. A visszacsatolás eredő átviteli függvénye ugyanis  $W_R(s) = G_1(s)H_2(s)/[H_1(s)H_2(s) \pm G_2(s)G_1(s)]$ . Az eredő visszacsatolt rendszer most akkor stabilis, ha a  $H_R(s) = H_1(s)H_2(s) \pm G_2(s)G_1(s)$  Hurwitz-polinom<sup>9</sup>. Ekkor *stabilis* tagok esetében is lehet az eredő rendszer *labilis*, vagy *labilis* tag megfelelő visszacsatolásával az eredő rendszer *stabilizálható*.

Az előzőekben vázolt alapstruktúrák felhasználásával tetszőleges bonyolultságú lineáris rendszer – köztük a lineáris szabályozás – hatásvázlata építhető fel. Az előző témák tárgyalásainak során ezeket az alapstruktúrákat hallgatólagosan már korábban is felhasználtuk.

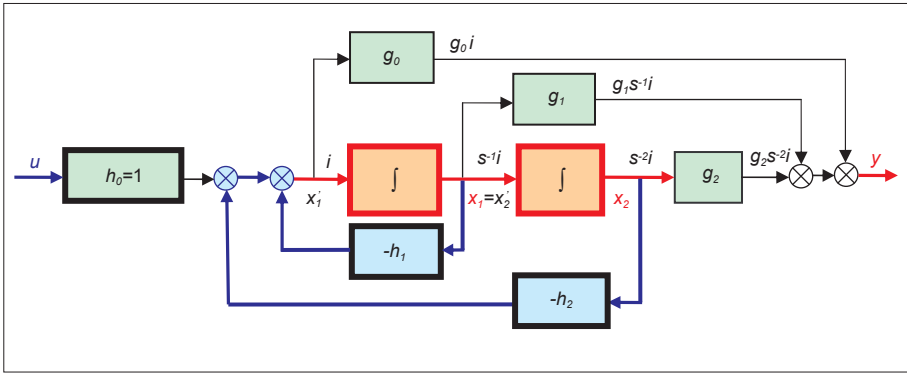
**SISO tag differenciálegyenletéhez rendelhető – P, I, Σ lineáris alaptagokat tartalmazó – hatásvázlatok**

**Lineáris alaptagok:** **P** (proporcionális, *időkésés nélküli, arányos tag*) kimenőjele a bemenőjelenek állandószorosa:  $y(t) = kx(t)$ , átviteli függvénye:  $W_p(s) = k$ , ahol  $k$  az *átviteli tényező*. Az **I** (*integráló tag*) kimenőjele a bemenőjelenek idő szerinti integrálja:  $y = y(0) + \int u(t) dt$ , differenciálegyenlete:  $dy(t)/dt = u(t)$ , átviteli függvénye:  $W_i(s) = 1/s$ . A **Σ** (*összegző tag*) kimenőjele a bemenőjeleinek az összege:  $y(t) = \Sigma u_i(t)$ ,  $y(s) = \Sigma u_i(s)$ .<sup>10</sup> A lineáris alaptagok soros, párhuzamos és visszacsatolást tartalmazó alapkap-

<sup>8</sup> Szerkezeti megvalósításban a visszacsatolás akkor hozható létre, ha a visszacsatolt tag  $y$  kimenőjele és a visszacsatoló tag bemenőjele, valamint a visszacsatolt tag  $e$  bemenőjele és a visszacsatoló tag  $v$  kimenőjele azonos jelhordozóval rendelkeznek. A **MATLAB series**, **parallel**, **feedback**, **loop** függvényei támogatják az alapkapcsolások eredő átviteli függvényeinek kiszámítását.

<sup>9</sup> A - előjel a struktúra pozitív visszacsatolása esetén érvényes. Ekkor a rendszer labilitásra való hajlama jelentős.

<sup>10</sup> Tágabb értelemben a **H**-jelű holtidős tagot is a lineáris alaptagok közzé soroljuk. A holtidős tag kimenőjele  $T_h$  holtidő elteltevel követi a bemenőjelet:  $y = u(t - T_h)$ ,  $T_h > 0$ . A holtidős tag átviteli függvénye a  $W_H(s) = \exp(-sT_h)$  transzcendens kifejezés. A holtidős tag is elméleti határeset, fizikai rendszerekben energiátárolásból származó jelkéleltetésekkel együtt fordul elő.



5. ábra Az átviteli függvény közvetlen felbontása

csolásaival tetszőlegesen bonyolult lineáris rendszer hatásvázlat struktúrája építhető fel. Az alaptagokból felépített hatásvázlat alapján – az integráló tagok kimenőjeleit állapotváltozóknak elnevezve – az átviteli függvényével leírt tag állapotegyenlete is meghatározható.

**Az átviteli függvény közvetlen felbontása**

Holtidő nélküli, másodrendű rendszert vizsgálunk, de az n rendű esetben is az itt bemutatott eljárást lehet alkalmazni.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + h_1 \frac{dy(t)}{dt} + h_2y(t) = g_0 \frac{d^2u(t)}{dt^2} + g_1 \frac{d^2u(t)}{dt^2} + g_2u(t)$$

$$\frac{y(s)}{u(s)} = W(s) = \frac{G(s)}{H(s)} = \frac{g_0s^2 + g_1s + g_2}{s^2 + h_1s + h_2} = \frac{g_0 + g_1s^{-1} + g_2s^{-2}}{1 + h_1s^{-1} + h_2s^{-2}} \frac{i(s)}{i(s)}$$

Az utóbbi egyenletekből – figyelembe véve, hogy s<sup>-1</sup> az integrálás operátora – felépíthető a másodrendű rendszer P, I, és Σ lineáris alaptagokat tartalmazó hatásvázlata<sup>11</sup> (lásd 5. ábra).

A differenciálegyenletben, az átviteli függvényben, ill. a hatásvázlaton szereplő h<sub>2</sub>, h<sub>1</sub>, és g<sub>2</sub>, g<sub>1</sub>, g<sub>0</sub> együtthatók mindegyike tetszőleges valós szám<sup>12</sup>. Fontos tulajdonsága a közvetlen felbontás alapján kapott struktúrának, hogy a H(s) karakterisztikus polinom -h<sub>1</sub> és -h<sub>2</sub> negatív együtthatói az integrátorok visszacsatolásaiban játszanak meghatározó szerepet. A hatásvázlat integráló tagjainak kimenőjelei a másodrendű dinamikus rendszer x<sub>1</sub> és x<sub>2</sub> állapotváltozói<sup>13</sup>. Ezekkel a jelölésekkel a másodrendű rendszer állapotegyenlete:

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h_1 & -h_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} g_1 - g_0h_1 & g_2 - g_0h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + g_0u(t).$$

<sup>11</sup> Az i(s) jelet két, egymással sorosan kapcsolt, integráló tag bemenetén működtetve az első integrátor kimenőjele s<sup>-1</sup>i(s), a másodiké pedig s<sup>-1</sup>[s<sup>-1</sup>i(s)]=s<sup>-2</sup>i(s). Ha a rendszám n, s<sup>-n</sup>i(s) segédváltozóval kell számolnunk. 1/s az integráló tag átviteli függvénye.

<sup>12</sup> Vegyük figyelembe, hogy a differenciálegyenletnek a karakterisztikus egyenlet vezető együtthatójára normalizált alakját használjuk, ezért h<sub>0</sub>=1, h<sub>1</sub>=a<sub>1</sub>/a<sub>0</sub>, g<sub>i</sub>=b<sub>i</sub>/a<sub>0</sub>.

<sup>13</sup> Az átviteli függvény közvetlen felbontásával kapott hatásvázlat-struktúra figyelmet érdemlő ismervé az integráló tagok egymást működtetett, soros kapcsolást alkotó láncolata (lásd a hatásvázlatot). Az irányíthatósági kanonikus alaknak ez jellegzetes tulajdonsága. A rendszám n≥1, és az integráló tagok száma azonos az n rendszámmal. Az irányíthatósági kanonikus alaknak a szabályozásmélet állapotirányíthatósági kérdéskörének tárgyalásánál van jelentősége.

A két elsőrendű lineáris differenciálegyenlet és az y kimenőjelet meghatározó algebrai egyenletet tartalmazó állapotegyenlet – az adott u(t)-re vonatkozó y(t) válasz meghatározásának szempontjából – egyenértékű a SISO tagot leíró másodrendű, állandó együtthatójú lineáris differenciálegyenlettel. Az állapotegyenlet megoldása azonban nem csupán az y(t) kimenőjelet szolgáltatja, hanem a rendszer x<sub>1</sub>(t), x<sub>2</sub>(t) állapotváltozóit is megadja, mivel az y(t) meghatározását meg kell előznie az állapotváltozók kiszámításának<sup>14</sup>. Az x(t)=[ x<sub>1</sub>(t) x<sub>2</sub>(t)]<sup>T</sup> állapotvektor meghatározása a differenciálegyenlet megoldását igényli.

Az átviteli függvény közvetlen felbontása alapján származtatott állapotegyenletnek jellegzetes tulajdonsága, hogy a rendszám n>1 tetszőleges értéke esetén az A állapotmátrix alakja:

$$A = \begin{bmatrix} -h_1 & -h_2 & -h_3 & \dots & -h_{n-1} & -h_n \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Láthatóan A első sorában a karakterisztikus polinom negatív együtthatói állnak<sup>15</sup>. Az állapotmátrixból következik, hogy az x<sub>i</sub>(t) állapotváltozó dx<sub>i</sub>(t)/dt

sebessége az x<sub>i-1</sub>(t)-vel azonos (dx<sub>i</sub>(t)/dt=x<sub>i-1</sub>(t), i=2,3, ...,n), és csupán az x<sub>1</sub> állapotváltozó dx<sub>1</sub>(t)/dt állapotsebessége függ minden állapotváltozótól, hacsak a h<sub>i</sub> (i=1,2, ...,n) együtthatók valamelyike nem zérus. Az állapotegyenletnek ez az alakja az irányíthatósági kanonikus alak. Az állapotváltozók által kifizített n dimenziós állapotteret ekkor fázistérnek nevezzük, amely n=2 kétdimenziós esetben a fázissík<sup>16</sup>.

Az adott u(t) és x(0) hatására keletkezett x(t) megoldást szemléltető állapottrajektóriát (harmadrendű rendszer esetében) a 6. ábra tartalmazza. Az állapottrajektória az adott u(t) gerjesztés és x(0) kezdeti feltétel hatására keletkező x(t) állapotvektor végpontjainak mértani helye, miközben a t időváltozó egy tetszőleges intervallumot befut. A trajektória a t idővel paraméterezett térgörbe, a rátett nyíl iránya az idő növekedésének az irányát mutatja. Lényegét tekintve az x<sub>1</sub>(t), x<sub>2</sub>(t), x<sub>3</sub>(t) állapotváltozó időfüggvényeinek egy térbeli ábrázolási formája.

**Tipikusan előforduló tagok**

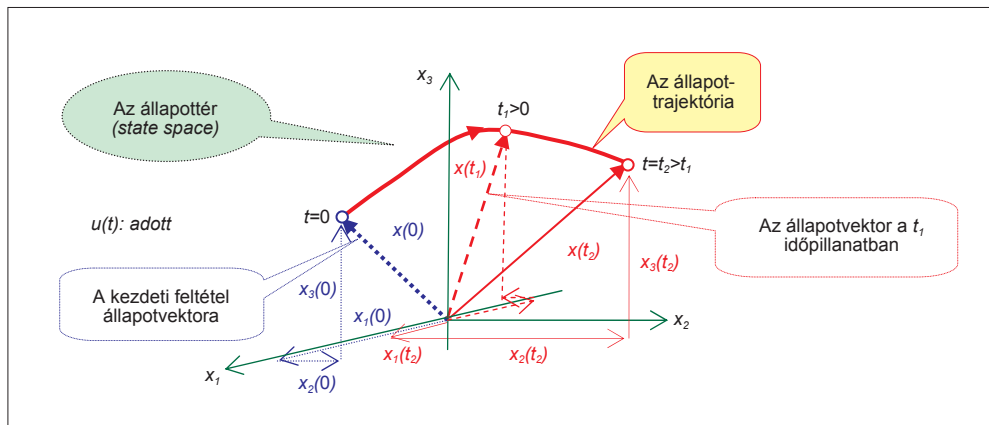
Az együtthatók számértékei alapján már a másodrendű rendszer is számos, különféle tulajdonsággal rendelkező jelátvivő tagokat

<sup>14</sup> A MATLAB mind az egy egyenletből álló, n rendű lineáris differenciálegyenlet megoldását, mind az n számú, elsőrendű differenciálegyenletből álló differenciálegyenlet-rendszer (az állapotegyenlet) megoldását hatékonyan támogatja: [y, x]=lsim(G,H,u,t), [y, x]=lsim(A,B,C,D,u,t,x0). A v(t) átmeneti függvény vagy a w(t) súlyfüggvény számítása MATLAB támogatással: [v, x, t]=step(G,H), [w, x, t]=impz(G,H). Az átviteli függvényből az állapotegyenlet irányíthatósági kanonikus alakjának paramétermátrixait az [A,B,C,D]=tf2ss(G,H) utasítással lehet meghatározni. A rendszer sajátmozgásának meghatározását támogató MATLAB-utasítás: [y, x, t]=initial(A,B,C,D,x0,t).

<sup>15</sup> Az állapotmátrix karakterisztikus egyenlete det(λI-A) = λ<sup>n</sup>+h<sub>1</sub>λ<sup>n-1</sup>+h<sub>2</sub>λ<sup>n-2</sup>+...+h<sub>n-1</sub>λ+h<sub>n</sub>=0.

<sup>16</sup> Itt kell megjegyeznünk azt a tulajdonságot, hogy az átviteli függvénynek a közvetlen felbontástól eltérő, de vele egyenértékű, másfajta felbontásai is léteznek, ezek egyikére a következőkben térünk ki.

definiálhat. Ezek közül – a szabályozási rendszerek analizésében gyakran használt – néhány fontosabbat az 1. táblázatban foglalunk össze. A tábl. differenciálegyenleteiben található  $h_0, h_1, h_2$  és  $g_0, g_1, g_2$  együtthatókról feltételeztük, hogy valós, pozitív értékű számok<sup>17</sup>, vagy egyes esetekben valamelyikük értéke zérus. Ebből következőleg az átviteli függvényekben szereplő  $k, k_p, k_d, T, T_d, T_i, \xi, \omega_0$  paraméterek szintén pozitív értékek, és a  $h, g$  együtthatókból származtathatók. A táblázatban a differenciálegyenleteket (LDE), a  $W(s)$  átviteli függvényeket és a  $v(t)$  átmeneti függvényeket szerepeltettük, a  $w(t)$  súlyfüggvények és a  $W(j\omega)$  frekvenciafüggvények meghatározását az olvasóra bízjuk.



6. ábra A transziens folyamat szemléltetése az állapottérben

- A táblázatban felsorolt tagok megnevezései:
- P: arányos tag** (kimenőjele a bemenőjével arányos,  $k=g_2/h_2$  az átviteli tényező),
  - I: integráló tag** (kimenőjele a bemenőjének idő szerinti integráljával arányos, kimenőjének a sebessége arányos a bemenőjellel,  $k_i=g_1/h_1$  az integrálási átviteli tényező),
  - D: ideális differenciáló tag** (kimenőjele a bemenőjel differenciálhányadosával arányos,  $k_d=g_1/h_2$  a differenciálási átviteli tényező, nem realizálható<sup>18</sup>),
  - T: egytárolós, arányos tag** ( $k=g_2/h_2$  az átviteli tényező,  $T=h_1/h_2$  az időállandó),

- $T_\xi$ : kéttárolós, lengő<sup>19</sup> tag** ( $k=g_2/h_2$  az átviteli tényező,  $T_0=\sqrt{h_0/h_2}$  az időállandó,  $2\xi T_0=h_1/h_2$ ,  $0<\xi<1$  a csillapítási tényező (damping factor)),
  - PD<sub>i</sub>: ideális, arányos+differenciáló tag** ( $k=g_2/h_2$ ,  $T_d=g_1/g_2$ , nem realizálható),
  - PD: realizálható, arányos+differenciáló tag** ( $k=g_2/h_2$ ,  $T_d=g_1/g_2$ ,  $T=h_1/h_2$ ),
  - PI: arányos+integráló tag** ( $k=g_2/h_2$ ,  $T_i=g_1/g_2$ ),
  - O: oszcillátor, lengő tag** ( $k=g_2/\sqrt{h_0/h_2}$ ,  $\omega_0^2=h_2/h_0$ ).
- Az átmeneti függvényeket a differenciálegyenleteknek az  $u(t)=1(t)$  gerjesztésre és zérus kezdeti feltételekre vett megoldásával vagy a  $v(t)=L^{-1}\{W(s)/s\}$  inverz Laplace-transzformáció kiszámításával lehet meghatározni.

1. táblázat Első- és másodrendű jelátvivő tagok rendszerjellemező függvényei

Név	$h_0$	$h_1$	$h_2$	$g_0$	$g_1$	$g_2$	Differenciálegyenlet	Átviteli függvény $W(s) = y(s)/u(s)$	Átmeneti függvény $v(t) = L^{-1}\{W(s)/s\}$
P	0	0	$h_2$	0	0	$g_2$	$h_2 y(t) = g_2 u(t)$	$k$	$k1(t)$
I	0	$h_1$	0	0	0	$g_2$	$h_1 \frac{dy}{dt} = g_2 u$	$\frac{k_i}{s} = \frac{1}{sT_i}$	$k_i t = \frac{t}{T_i}$
D	0	0	$h_2$	0	$g_1$	0	$h_2 y = g_1 \frac{du}{dt}$	$k_d s = sT_d$	$k_d \delta(t) = T_d \delta(t)$ nem realizálható
T	0	$h_1$	$h_2$	0	0	$g_2$	$h_1 \frac{dy}{dt} + h_2 y = g_2 u$	$\frac{k}{1+sT}$	$k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$
$T_\xi$	$h_0$	$h_1$	$h_2$	0	0	$g_2$	$h_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + h_1 \frac{dy}{dt} + h_2 y = g_2 u$	$\frac{k}{1 + 2\xi T_0 s + T_0^2 s^2}$	$k[1 + \frac{e^{-\frac{t}{T_0}}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\sqrt{1-\xi^2} \frac{t}{T_0} - \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{-\xi})]$
PD <sub>i</sub>	0	0	$h_2$	0	$g_1$	$g_2$	$h_2 y = g_1 \frac{du}{dt} + g_2 u$	$k(1 + sT_d)$	$k[1 + T_d \delta(t)]$ nem realizálható
PD	0	$h_1$	$h_2$	0	$g_1$	$g_2$	$h_1 \frac{dy}{dt} + h_2 y = g_1 \frac{du}{dt} + g_2 u$	$k \frac{1+sT_d}{1+sT}$	$k(1 + \frac{T_d - T}{T} e^{-\frac{t}{T}})$ $T_d > T$
PI	0	$h_1$	0	0	$g_1$	$g_2$	$h_1 \frac{dy}{dt} = g_1 \frac{du}{dt} + g_2 u$	$k \frac{1+sT_i}{sT_i}$	$k(1 + \frac{t}{T_i})$
O	$h_0$	0	$h_2$	0	0	$g_2$	$h_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + h_2 y = g_2 u$	$k \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$k(1 - \cos \omega_0 t)$
stb.									

<sup>17</sup> Természetesen az is lehetséges, hogy az  $h_k$ , ill.  $g_k$  együtthatók valamelyike negatív szám. Az ilyen tulajdonságokkal rendelkező (labilis és nem minimum fázisú) tagokat a táblázatban nem szerepeltettük, ezeket a későbbiekben tárgyaljuk.

<sup>18</sup> A „nem realizálható” fogalom azt jelenti, hogy nem hozható létre olyan fizikailag megvalósítható szerkezet, áramkör stb, aminek matematikai modellje az adott differenciálegyenlet lenne.

(Folytatjuk!)

szbela@iit.bme.hu, juhaszne@iit.bme.hu

<sup>19</sup> A kéttárolós, lengő tag ( $T_\xi$ -tag) a szabályozástechnika fontos fogalma, mert a zárt szabályozási rendszer tulajdonságait – legalábbis közelítőleg – ilyen taggal szeretnénk leírni. A tag  $W(s)$  átviteli függvényének pólusai a  $p = [-\xi \pm \sqrt{1-\xi^2}]/T_0$  negatív valós részű, konjugált komplex póluspár ( $0 \leq \xi < 1, T_0 > 0$ ).