Szabályozástechnika – 6.

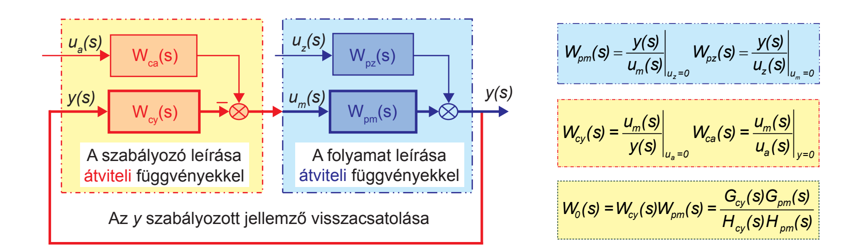
Dr. Szilágyi Béla – Dr. Juhász Ferencné

A cikksorozat folytatásában a lineáris rendszer tulajdonságainak a vizsgálatát az állapotegyenletek és a Laplace-transzformáció segítségével elemezzük, majd rátérünk a lineáris rendszerek stabilitásvizsgálatára, és a szabályozóberendezéssel szemben támasztott követelmények ismertetésére.

Laplace transzformáció alkalmazása

A lineáris matematikai modellnek nagy előnye, hogy a t időtartomány differenciálegyenletei helyett – a *Laplace* integrál-transzformáció alkalmazásával – az s *Laplace*-operátor tartományban algebrai kifejezésekkel dolgozhatunk, ami az analízist és a szintézist jelentősen egyszerűsíti[1]. Ezekben az algebrai egyenletekben a differenciálegyenletek szerepkörét az átviteli függvények[2] veszik át, megteremtve ezzel annak a lehetőségét, hogy a tranziens folyamatokat is algebrai problémaként kezeljük. A lineáris tagokra felírhatjuk a két bemenő-, egy kimenőjelű alrendszerek $y(s)/u_m(s)=W_{pm}(s)$, $y(s)/u_z(s)=W_{pz}(s)$, ill. $u_m(s)/y(s)=W_{cy}(s)$, $u_m(s)/u_a(s)=W_{ca}(s)$ átviteli függvényeit[3]. A hatásvázlat $W_{cy}(s)$, $W_{ca}(s)$ átviteli függvényei a szabályozóberendezés, a $W_{pm}(s)$, $W_{pz}(s)$ átviteli függvények pedig a folyamat dinamikus modelljei az s operátortartományban. A zárthurkú hatásláncban $W_{cy}(s)$ és $W_{pm}(s)$ szerepelnek, a negatív visszacsatolás $W_{cy}(s)$ előjelében jut érvényre. Ez azt jelenti, hogy abban az esetben, ha a statikus viszonyok között a folyamat u_z bemenőjelének növekedése az y kimenőjel *csökkenését* idézi elő, akkor ennek a szabályozó u_m kimenetén olyan hatást kell kiváltania, amelynek eredményeként *y növekszik*. Ezekkel – a szuperpozíció tétele alapján – az operátortartományban a 1. ábra hatásvázlata jellemzi az eredő zárt rendszert.

Bevezetve a nyitott hurok eredő átviteli függvényének $W_0(s)=W_{cy}(s)W_{pm}(s)$ fogalmát, az $y(s)$, $u_m(s)$ kimenőjelek, valamint az $u_a(s)$ és $u_z(s)$ bemenőjelek között felírható függvénykapcsolatok egyszerű algebrai műveletekkel számíthatók[4].



1. ábra Lineáris szabályozás leírása az alrendszerek átviteli függvényeivel

A rendszeregyenletek az operátortartományban:

$$
\begin{aligned}
y(s) &= W_{pm}(s)u_m(s)+W_{pz}(s)u_z(s) && \Rightarrow \textit{folyamat}\\
u_m(s) &= W_{ca}(s)u_a(s)-W_{cy}(s)y(s) && \Rightarrow \textit{szabályozó}
\end{aligned}
$$

Ezekből az $y(s)=y[u_a(s),u_z(s)]$, és az $u_m(s)=u_m[u_a(s),u_z(s)]$ függvények:

$$y(s)=W_{pm}(s)[W_{ca}(s)u_a(s)-W_{cy}(s)y(s)]+W_{pz}(s)u_z(s)$$

$$[1+W_0(s)]y(s)=W_{pm}(s)W_{ca}(s)u_a(s)+W_{pz}(s)u_z(s)$$

$$y(s)=\frac{W_{pm}(s)W_{ca}(s)}{1+W_0(s)}u_a(s)+\frac{W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}u_z(s)$$

$$u_m(s)=W_{ca}(s)u_a(s)-W_{cy}(s)[W_{pm}(s)u_m(s)+W_{pz}(s)u_z(s)]$$

$$[1+W_0(s)]u_m(s)=W_{ca}(s)u_a(s)-W_{cy}(s)W_{pz}(s)u_z(s)$$

$$u_m(s)=\frac{W_{ca}(s)}{1+W_0(s)}u_a(s)-\frac{W_{cy}W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}u_z(s)$$

$$\begin{bmatrix} y(s)\\ u_m(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{W_{pm}(s)W_{ca}(s)}{1+W_0(s)} & \frac{W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}\\ \frac{W_{ca}(s)}{1+W_0(s)} & -\frac{W_{cy}W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_a(s)\\ u_z(s)\end{bmatrix}=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}\begin{bmatrix}\frac{W_{ca}(s)}{W_{cy}(s)} & \frac{W_{pz}(s)}{W_0(s)}\\ \frac{W_{ca}}{W_0(s)} & -\frac{W_{pz}}{W_{pm}(s)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_a(s)\\ u_z(s)\end{bmatrix}$$

A mátrixegyenlet alakjában felírt összefüggés lényegét tekintve a lineáris rendszer állapotegyenletének az $y(s)$, $u_m(s)$ megoldása az s *Laplace*-operátor tartományában, adott $u_a(s)$ és $u_z(s)$ gerjesztésekre. Ha az $y(t)$, $u_m(t)$ időfüggvények ismeretére is szükségünk van, ezek inverz *Laplace*-transzformációval határozhatók meg:

[1] Ez a tulajdonság a *Laplace*-transzformáció linearitási tételeiből, illetve az $L\{dx(t)/dt\}=sL\{x(t)\}-x(0)$ differenciálási szabályából származik. Nemlineáris rendszerek analízise és szintézise lényegesen körülményesebb, a differenciálegyenlet rendszer megoldásának ekkor a numerikus módszerei jöhetnek szóba. (*Adams–, Runge–Kutta* stb. módszerek). Nemlineáris rendszerek vizsgálatára a *Laplace*-transzformáció nem használható!

[2] Az $i(t)$ bemenőjelű és $o(t)$ kimenőjelű lineáris **SISO** (single input–single output, egy bemenetű, egy kimenetű) tag $W(s)$ átviteli függvénye a kimenőjel $o(s)$ *Laplace*-transzformáltjának, és a bemenőjel $i(s)$ *Laplace*-transzformáltjának hányadosa, zérus kezdeti feltételek mellett: $W(s)=o(s)/i(s)$. Az átviteli függvény a lineáris **SISO** tag differenciálegyenletének az s tartományban értelmezett alakja.

[3] A lineáris **SISO** tag átviteli függvénye $W(s)=G(s)/H(s)$ alakban adódik, ahol a $G(s)$ számláló és a $H(s)$ nevező általában az s operátor polinomjai. Az alrendszerek A, B, C, D paramétermátrixaiból a $W(s)$ átviteli függvény meghatározható.

[4] Ezek az algebrai műveletek lényegesen egyszerűbbek, mint a differenciálegyenlet rendszer megoldása, de ennek „ára” az, hogy a megoldást nem az időtartományban, hanem az s *Laplace*-operátortartományában kapjuk. Kellő tapasztalat alapján az s operátortartományban kapott $y(s)$, $u_m(s)$ megoldásokból is következtetni lehet az $y(t)$, $u_m(t)$ időfüggvények alakulására anélkül, hogy ezeket ténylegesen meghatároznánk. A zárt hatáslánc részei a $W_{cy}(s)$, és a $W_{pm}(s)$ átviteli függvények, amelyeknek a szabályozás alapelve szerint *negatív visszacsatolást* kell alkotniuk.

$$\begin{bmatrix} y(t)\\ u_m(t)\end{bmatrix} = L^{-1}\left\{\begin{bmatrix} y(s)\\ u_m(s)\end{bmatrix}\right\} = L^{-1}\left\{\begin{bmatrix} \frac{W_{pm}(s)W_{ca}(s)}{1+W_0(s)}u_a(s) & \frac{W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}u_z(s)\\ \frac{W_{ca}(s)}{1+W_0(s)}u_a(s) & -\frac{W_{cy}W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}u_z(s)\end{bmatrix}\right\}$$

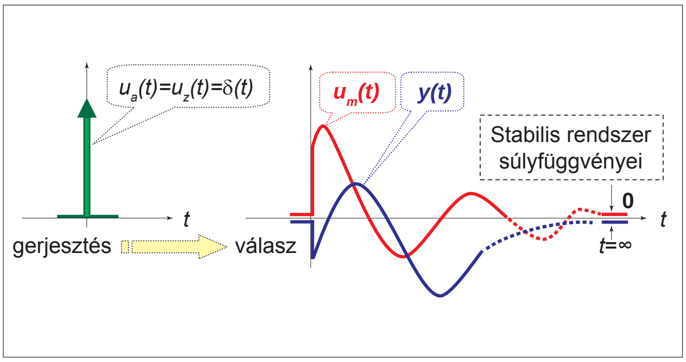
A lineáris rendszer stabilitásvizsgálata

A lineáris rendszer stabilitási feltételeinek vizsgálata is viszonylag egyszerű. A stabilitás ekkor rendszerjellemző tulajdonság, és kizárólag a rendszer-paraméterektől függ. Ha determinisztikus vizsgálójeleknek az $u_a(t)=u_z(t)=\delta(t)$ *Dirac*-impulzust[5] választjuk, akkor az ennek hatására keletkező $y(t)$ és $u_m(t)$ válaszoktól (ezeket a válaszokat a zárt szabályozási rendszer **súlyfüggvényeinek** nevezzük) joggal várható el, hogy $t\to\infty$ esetében zérushoz tartsanak, mivel $t>0$ mellett a bemenőjelek is zérus értékűek. Az $L\{\delta(t)\}=1$ figyelembevételével:

$$\begin{bmatrix} y(t)\\ u_m(t)\end{bmatrix} = L^{-1}\left\{\begin{bmatrix} y(s)\\ u_m(s)\end{bmatrix}\right\} = L^{-1}\left\{\begin{bmatrix} \frac{W_{pm}(s)W_{ca}(s)}{1+W_0(s)} & \frac{W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}\\ \frac{W_{ca}(s)}{1+W_0(s)} & -\frac{W_{cy}W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} L^{-1}\left\{\frac{W_{pm}(s)W_{ca}(s)}{1+W_0(s)}\right\} & L^{-1}\left\{\frac{W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}\right\}\\ L^{-1}\left\{\frac{W_{ca}(s)}{1+W_0(s)}\right\} & L^{-1}\left\{-\frac{W_{cy}W_{pz}(s)}{1+W_0(s)}\right\}\end{bmatrix}$$

Az inverz *Laplace*-transzformációt (itt nem részletezett eljárással) elvégezve, stabilis rendszer esetében, az $y(t)$, $u_m(t)$ kimenőjeleknek mind az u_a-tól, mind pedig az u_z-től függő összetevőinek zérushoz kell tartaniuk, miközben $t\to\infty$, vagyis:

$$\lim_{t\to\infty}\begin{bmatrix} y(t)\\ u_m(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\\ 0\end{bmatrix}$$



2. ábra Az aszimptotikus stabilitás szemléltetése a zárt szabályozási rendszer súlyfüggvényeivel

A gerjesztés–válasz időfüggvények minőségi alakulását aszimptotikusan stabilis rendszer mellett a 2. ábra mutatja.

Az eredő rendszernek az s operátortartományban történő leírása az átviteli függvényekkel is megtehető. Az $y(s)$, $u_m(s)$ kimenőjeleket a rendszer $u_a(s)$, $u_z(s)$ bemenőjelei határozzák meg a 3. ábra hatásvázlatnak megfelelően.

Adott u_{a0} és u_{z0} állandó gerjesztőjelek mellett **a lineáris rendszernek egyetlen egyensúlyi pontja van,** szemben a nemlineáris rendszerrel, amelynek több egyensúlyi pontja is lehet. A lineáris *arányos* szabályozási rendszer k hurokerősítése nem függ a gerjesztőjelektől és az egyensúlyi pont koordinátáitól. A stabilis rendszer egyensúlyi pontjának koordinátáit a $dx_p/dt=0$, $dx_c/dt=0$ feltételekhez tartozó lineáris algebrai egyenletek megoldásával kaphatjuk. Ezek a lineáris állapotegyenlet matematikai modelljének esetében:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= A_p x_{p0} + B_{pm}u_{m0} + B_{pz}u_{z0}\\ y_0 &= C_p x_{p0} + D_{pm}u_{m0} + D_{pz}u_{z0}\end{aligned}\right\}\ \textit{folyamat}$$
$$\left.\begin{aligned} 0 &= A_c x_{c0} + B_{ca}u_{a0} + B_{cy}y_0\\ u_{m0} &= C_c x_{c0} + D_{ca}u_{a0} + D_{cy}y_0\end{aligned}\right\}\ \textit{szabályozó}$$

Az A, B, C, D paraméterek, valamint az u_{a0}, u_{z0} gerjesztések ismeretében x_{p0}, x_{c0}, u_{m0}, y_0 analitikusan számítható.

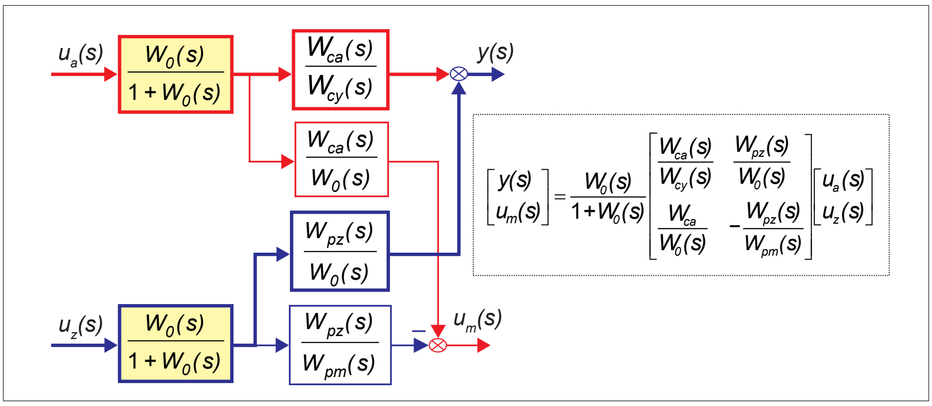
Az arányos szabályozások üzemtani tulajdonságainak a statikus karakterisztikák alapján történő tárgyalása során láttuk, hogy igen egyszerű megfontolások után bemutathatóvá vált, hogy például a stabilis arányos szabályozás k hurokerősítésének növelésével csökkenthető volt a zavarás szabályozott jellemzőre kifejtett nemkívánatos hatása, legalábbis a rendszer állandósult állapotában: $\Delta y=(\Delta y)_n/(1+k)$. Ez a tulajdonság a k körerősítés növelését igényelné, de ennek a stabilitási követelmények határt szabnak. Annak az eldöntése, hogy ez a határ hol van, csak a rendszer tranziens analízise alapján határozható meg.

A szabályozóberendezéssel szemben támasztott követelmények

A lineáris szabályozás általános hatásvázlatának alapján a szabályozóberendezéssel szembeni követelményeket átfogalmazhatjuk. ***A technológiai folyamatot leíró tag A_p, B_p, C_p, D_p paraméterei (vagy a $W_{pm}(s)$ és $W_{pz}(s)$ átviteli függvényei) adott értékek. Ezek ismeretében kell meghatározni a szabályozóberendezést definiáló tag A_c, B_c, C_c, D_c adatait (vagy a $W_{cy}(s)$ és $W_{ca}(s)$ átviteli függvényeit) olyan módon, hogy a zárt szabályozási rendszer az előírt alapjel-követési és zavarelhárítási követelményeknek megfeleljen.*** A dinamikus modell alapján érzékelhető, hogy ennek a kérdésnek a megválaszolása a rendszer részletes analízisét igényli.

Az egyhurkos[6] szabályozások átviteli függvényekkel definiált dinamikus modelljén – egy egyszerűsített hatásvázlaton – egy

3. ábra A zárt rendszer hatásvázlatának egy más alakja



[5] A $\delta(t)$ egységnyi jelterületű *Dirac*-impulzus matematikai vizsgálójel, amely a $t=0$ időpont kivételével mindenütt zérus, a $t=0$ pontban viszont ∞. Ezen túlmenően még $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$. A **SISO** tag $u(t)=\delta(t)$ vizsgálójelre adott $y(t)=w(t)$ válasza, a tag súlyfüggvénye.

[6] Az „egyhurkos" megnevezés itt azt jelenti, hogy a rendszernek egy y szabályozott jellemzője –, és ennek megfelelően egy u_a alapjele van. Ezt a struktúrát a szakirodalom „egyváltozós" rendszernek is nevezi.

különbségképző taggal szimbolizálhatjuk az u_a alapjelnek megfelelő y_A alapérték és az y szabályozott jellemző tényleges értékének különbségképzését (a $h=y_A-y$ hiba előállítását és a *negatív visszacsatolást*), és a $\boldsymbol{W_c(s)}$ átviteli függvénnyel írjuk le a h hibajel és az u irányítójel közötti dinamikus kapcsolatot. Az u irányítójel, az u_z zavaró jellemző és az y szabályozott jellemző közötti kapcsolatot a $\boldsymbol{W_p(s)}$, $\boldsymbol{W_z(s)}$ átviteli függvényekkel jellemezzük. Most tehát nem a módosított jellemzőnél, hanem az u irányítójelnél „vágtuk ketté" a zárt rendszert, vagyis a teljesítményerősítőt, a végrehajtó szervet és a beavatkozó szervet a folyamat részének tekintjük. Az így felépíthető hatásvázlat egyszerűen kezelhető, és igen jó áttekintést ad a hatáslánc struktúrájáról; jelentős előnye, hogy a szabályozó jelátviteli tulajdonságait az egyetlen $W_c(s)$ átviteli függvénnyel írja le. Ennek az egyszerűsített struktúrának az alkalmazásával a méretezés is a $W_c(s)$ meghatározására egyszerűsödik. Az egyszerűsített hatásvázlat a 4. ábrán látható.

A hatásvázlat alapján a rendszeregyenletek:

$$
\begin{aligned}
y(s) &= W_p(s)u(s)+W_z(s)u_z(s)\\
u(s) &= W_c(s)h(s)\\
h(s) &= y_A(s)-y(s)
\end{aligned}
$$

Ezekből meghatározhatjuk, hogy az y szabályozott jellemző, az u irányítójel és a h hibajel miként függ az y_A alapértéktől és az u_z zavarójeltől. Jelölje a nyitott hurok eredő átviteli függvényét a $W_0(s)=W_c(s)W_p(s)$ kifejezés.

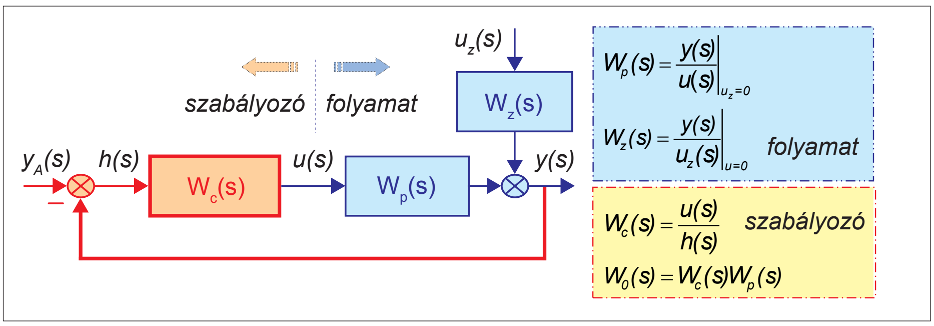
A részletszámítások mellőzésével kapjuk:

$$
\begin{bmatrix} y(s)\\ u(s)\\ h(s)\end{bmatrix}=
\begin{bmatrix}
\dfrac{W_0(s)}{1+W_0(s)} & \dfrac{W_z(s)}{1+W_0(s)}\\
\dfrac{W_c(s)}{1+W_0(s)} & -\dfrac{W_cW_z(s)}{1+W_0(s)}\\
\dfrac{1}{1+W_0(s)} & -\dfrac{W_z(s)}{1+W_0(s)}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} y_A(s)\\ u_z(s)\end{bmatrix}=
\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}
\begin{bmatrix}
1 & \dfrac{W_z(s)}{W_0(s)}\\
\dfrac{1}{W_p(s)} & -\dfrac{W_z(s)}{W_p(s)}\\
\dfrac{1}{W_0(s)} & -\dfrac{W_z(s)}{W_0(s)}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} y_A(s)\\ u_z(s)\end{bmatrix}
$$

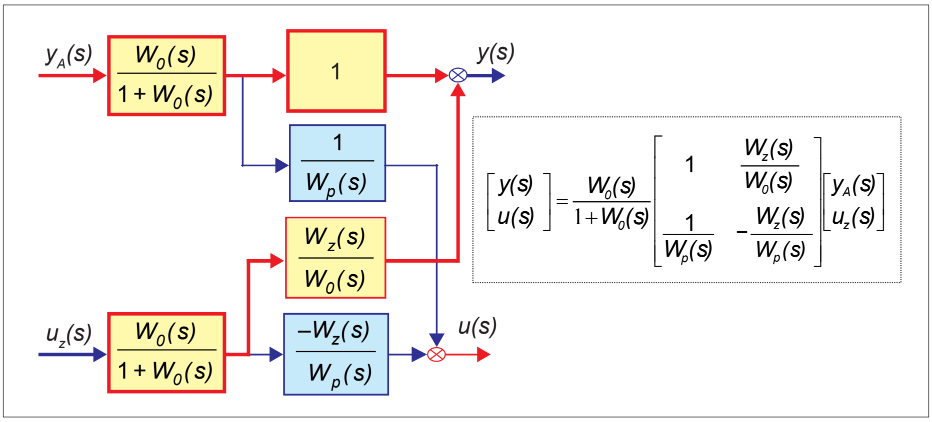
Megjegyzés:

Abban az idealizált esetben, ha a hatásvázlat mindhárom tagja időkésleltetés nélküli arányos tag[7], az átviteli függvények $W_c(s)=k_c>0$, $W_p(s)=k_p>0$, $W_z(s)=k_z$,

4. ábra A zárt szabályozási rendszer egyszerűsített hatásvázlata



7 A szabályozási hatáslánc tagjai ekkor dinamikát nem tartalmaznak, vagyis algebrai rendszeregyenletekről van szó. A hatásvázlat algebrai hurkot alkot.



5. ábra Az egyszerűsített hatásvázlat egy más alakja

és ekkor *arányos szabályozásról* van szó. A körerősítés értéke $k=k_ck_p>0$. Az y szabályozott jellemző, és az u irányítójel függése az állandó u_a alapjeltől és az u_z zavaró jeltől:

$$
\begin{bmatrix} y\\ u\end{bmatrix}=
\begin{bmatrix}
\dfrac{k}{1+k} & \dfrac{k_z}{1+k}\\
\dfrac{k_c}{1+k} & -\dfrac{k_ck_z}{1+k}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} y_A\\ u_z\end{bmatrix}=
\frac{k}{1+k}
\begin{bmatrix}
1 & \dfrac{k_z}{k}\\
\dfrac{1}{k_p} & -\dfrac{k_z}{k_p}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} y_A\\ u_z\end{bmatrix}
$$

$$
ha \quad k>>1:
$$

$$
\begin{bmatrix} y\\ u\end{bmatrix}\cong
\begin{bmatrix}
1 & \dfrac{k_z}{k}\\
\dfrac{1}{k_p} & -\dfrac{k_z}{k_p}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} y_A\\ u_z\end{bmatrix}
\quad\Rightarrow\quad
\begin{aligned}
y &\cong y_A+\frac{k_z}{k}u_z\\
u &\cong \frac{1}{k_p}(y_A-k_zu_z)
\end{aligned}
$$

Ha $k>>1$, akkor $k/(1+k)\approx 1$, $k_z/k<<k_z$ és ezért $y\approx y_A+(k_z/k)u_z$, ami a statikus vizsgálat korábban kapott eredményeit igazolja vissza: $\Delta y=(\Delta y)_n/(1+k)=(k_zu_z)/(1+k)\approx(k_zu_z)/k$.

Az egyszerűsített eredő rendszer s operátortartományban történő leírása az átviteli függvényekkel most is megtehető. Az $y(s)$, $u(s)$ kimenőjeleket a rendszer $y_A(s)$, $u_z(s)$ bemenőjelei határozzák meg, a 5. ábra hatásvázlatnak megfelelően.

A zárt rendszert leíró matematikai modellből láthatjuk, hogy a dinamikus viszonyok meghatározásában a

$$
W_R(s)=\frac{W_0(s)}{1+W_0(s)}=\frac{\dfrac{G_0(s)}{H_0(s)}}{1+\dfrac{G_0(s)}{H_0(s)}}=\frac{G_0(s)}{H_0(s)+G_0(s)}=\frac{G_R(s)}{H_R(s)}
$$

eredő átviteli függvényének meghatározó szerepe van. Ebben $\boldsymbol{W_0(s)=W_c(s)W_p(s)=G_0(s)/H_0(s)}$ a **nyitott kör** eredő átviteli függvénye. A szabályozás tervezése során a $W_c(s)$ megválasztásában van a szabályozás-technikusnak mozgástere, miután $W_p(s)$ és $W_z(s)$ technológiai adottság. A $W_R(s)$ átviteli függvény az $y(s)$ szabályozott jellemző – és az $y_A(s)$ alapérték *Laplace*-transzformáltjainak $y(s)/y_A(s)$ hányadosa, **a zárt rendszer alapértékre vonatkozó eredő átviteli függvénye.**

Az aszimptotikus stabilitás feltétele

Az adott egyszerűsített modell alapján a szabályozási rendszer aszimptotikus stabilitásának követelménye szintén megfogalmazható: **stabilis a zárt szabályozási rendszer, ha az $1+W_0(s)=0$ karakterisztikus egyenletének[8] minden p_{Ri} gyökére ($W_R(s)$ minden p_{Ri} pólusára[9]) a** $real(p_{Ri})<0$ **feltétel teljesül.** Egy ezzel egyenértékű megfogalmazásban a p_{Ri} pólusok mindegyike negatív valós részű, ha a $W_0(s)$ számlálójából és nevezőjéből képzett $G_0(s)+H_0(s)$ kifejezés *Hurwitz*-polinom.

Az átviteli függvények alapján az $y_A(s)$, $u_z(s)$ gerjesztésekre keletkező $y(s)$, $u(s)$ válaszokat az s tartományban

$$\begin{bmatrix} y(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)} \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{W_z(s)}{W_0(s)} \\ \dfrac{1}{W_p(s)} & -\dfrac{W_z(s)}{W_p(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_A(s) \\ u_z(s) \end{bmatrix}$$

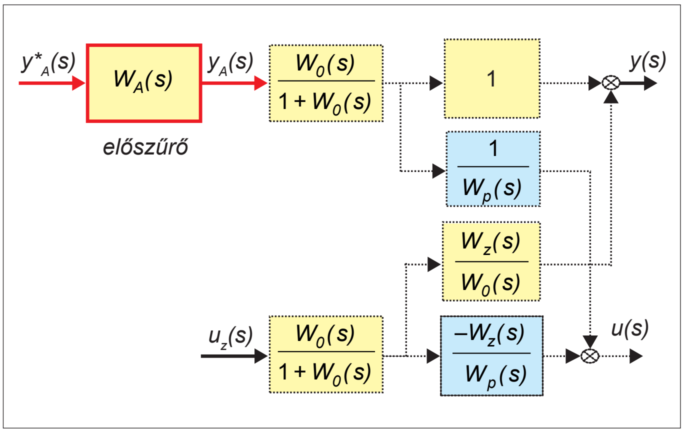
alakban kapjuk, de most az x_p és x_c állapotváltozók „rejtve" maradnak. Ennek ellenére az átviteli függvényekre alapozott analízis igen hasznos, mert a szabályozó rendszertechnikai méretezésében kiválóan használható. Ehhez az analízishez a zárt rendszer fentiek szerint értelmezett, egyszerűsített hatásvázlatát használjuk. Az egyszerűsített hatásvázlat alapján a szabályozó *rendszertechnikai méretezése* alatt $W_c(s)$ átviteli függvényének meghatározását értjük. $W_c(s)$ méretezésekor figyelembe veendő szempont, hogy ennek megválasztásával a nyitott kör $W_0(s)=W_c(s)W_p(s)$ átviteli függvénye is meghatározást kap. A $W_c(s)$ megválasztásának elsődleges szempontja a zárt rendszer aszimptotikus stabilitásának biztosítása. Ezen túlmenően azonban a hatásvázlat alapján az is látszik, hogy a zárt körben az $u_z(s)$ zavarójelnek az $y(s)$ szabályozott jellemzőre való befolyása

$$y(s)\big|_{y_A=0} = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)} \frac{W_z(s)}{W_0(s)} u_z(s) = \frac{W_z(s)}{1+W_0(s)} u_z(s)$$

mértékben történik. Ez a befolyásolás akkor kicsi, ha $W_0(s)>>1$. Ha tehát a szabályozó $W_c(s)$ átviteli függvényét a stabilitás és a zavarelhárítás szempontjai alapján méreteztük, akkor ez a nyitott kör $W_0(s)$ átviteli függvényének a megválasztását is jelenti. Ekkor a zárt körben az $y_A(s)$ alapértéknek az $y(s)$ szabályozott jellemzőre való befolyása

$$y(s)\big|_{u_z=0} = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)} y_A(s)$$

Mindez azt is jelenti, hogy $W_c(s)$ megválasztásával az $y(u_z)$ és az $y(y_A)$ függvénykapcsolatok is meghatározást nyernek (*egy szabadságfokú* rendszer).



6. ábra A két szabadságfokú rendszer hatásvázlata

Ésszerű kívánalom, hogy az $y(y_A)$ és az $y(u_z)$ függvénykapcsolatra egymástól független befolyásolási lehetőségünk legyen. Ennek legegyszerűbb formája, hogy a rendszer alapérték bemenetére egy $W_A(s)$ átviteli függvényű, ún. előszűrőt teszünk. Ezzel egy *két szabadságfokú* rendszerhez juthatunk, ahol $W_c(s)$ a stabilizálási és az értéktartási (a zavarelhárítási) – a $W_A(s)$ pedig a követési feladatok ellátását van hivatva elősegíteni. Mindez a 6. ábrán is követhető. Az $y(s)$- és $u(s)$ kimenőjelek a két szabadságfokú rendszer esetében:

$$\begin{bmatrix} y(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)} \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{W_z(s)}{W_0(s)} \\ \dfrac{1}{W_p(s)} & -\dfrac{W_z(s)}{W_p(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_A(s) \\ u_z(s) \end{bmatrix} = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)} \begin{bmatrix} W_A(s) & \dfrac{W_z(s)}{W_0(s)} \\ \dfrac{W_A(s)}{W_p(s)} & -\dfrac{W_z(s)}{W_p(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y^*_A(s) \\ u_z(s) \end{bmatrix}$$

A szabályozások vizsgálatához mind az állapotegyenletekre, mind pedig az átviteli függvényekre alapozott módszereket egyaránt használjuk. Az állapotegyenletekre alapozott leírás a rendszeranalízisben játszik fontos szerepet, mivel a bemenő- és kimenőjeleken túlmenően a rendszer állapotváltozóit is tartalmazza. Az átviteli függvények alapján történő vizsgálatokban ugyan az állapotváltozók rejtve maradnak, de a módszer kiválóan használható a szabályozó rendszertechnikai méretezésekor. Mind az analízist, mind pedig szintézist kiváló számítógépes eljárások támogatják és segítik. Ezek megismerését és felhasználását erőteljesen ajánljuk[10].

A következőkben tárgyalt részekben az egyhurkos lineáris szabályozásoknak azokkal a témáival foglalkozunk, amelyek alapján a tranziens tulajdonságok vizsgálhatók, a szabályozóval szemben támasztott követelmények megfogalmazhatók, és ezek alapján a szabályozó méretezhető.

(Folytatjuk!)

szbela@iit.bme.hu
juhaszne@iit.bme.hu

[8] Ezt a karakterisztikus egyenletet $H_R(s)=0$, vagy $G_0(s)+H_0(s)=0$ alakban is kezelhetjük.

[9] Ezek a p_{Ri} pólusok azonosak az eredő rendszer A_R állapotmátrixának λ_{Ri} sajátértékeivel ($\lambda_{Ri}=p_{Ri}$). A zárt rendszer súlyfüggvényei $exp(\lambda_{Ri}t)$ szerint változó időfüggvény komponensekből tevődnek össze, amelyek $t\to\infty$ mellett akkor tartanak zérushoz, ha $real(\lambda_{Ri})<0$. A sajátértékek (illetve a pólusok) száma ugyanaz, mint a rendszer $n=n_c+n_p$ rendszáma. A stabilitási kritériumokat a következő anyagrészekben részletesen tárgyaljuk.

[10] A **MATLAB®** mérnöki számításokra kifejlesztett programcsomag. Jelentősen támogatja a különféle matematikai feladatok (például: függvénytan, komplex függvénytan, mátrixalgebra, polinom műveletek, differenciálegyenletek, differenciaegyenletek stb.) feldolgozását. Különböző *toolbox*ai (például: ***Control System Toolbox,*** *Nonlinear Control Design Blockset, Robust Control Toolbox, Fuzzy Logic Toolbox, System Identification Toolbox,* stb) a szabályozástechnikai feladatok megoldását segíti. A **SIMULINK** programcsomag dinamikus rendszerek szimulációs vizsgálatában jelent komoly támogatást. A *Simbolic Math Toolbox* szimbolikus matematikai számításokat tesz lehetővé. Hasonló programok: **MAPLE®, Lab VIEW®.**