

# A folyamatműszerezés érzékelői

## Energiaátalakulások szilárd testekben – piezo- és piroelektromos átalakítók – 2.

Dr. Fock Károly

A piezo- és piroelektromos átalakítókat ismertető cikksorozat folytatásában a piroelektromos hatás létrejöttének termodinamikai alapjait foglaljuk össze, majd rátérünk a ferroelektromos hatás tárgyalására. Az elméleti összefoglalót a témakörben leggyakrabban előforduló, legeredményesebben felhasználható anyagok ismertetésével folytatjuk. A tárgyalás során a szakirodalomban követett módszert kissé kibővítve nyomatékosabban kihangsúlyozzuk a kristálytani vonatkozásokat, és az azokból levonható mérés technikai következtetéseket, de terjedelmi okokból nem törekszünk – a kézikönyvekhez hasonló –, teljességre törekvő adatfelsorolásra.

### Piroelektromos hatás

Mint ahogy az előző fejezetben már említettük, 10 olyan kristályosztály van, amelyekben spontán polarizáció alakulhat ki. Ennek a polarizációnak a mechanikai igénybevétel hatására történő megváltozásával jön létre a piezoelektromos hatás. A spontán polarizáció azonban a hőmérséklettől is függ. A spontán polarizáció hőmérsékletfüggését nevezzük piroelektromos hatásnak („piro” görögül tüzet jelent). A reciprokatást – amikor a külső villamos tér hatására bekövetkező polarizációváltozást entrópiaváltozás kíséri – elektroklorikus hatásnak nevezzük. Mivel mindkét hatás egymástól elválaszthatatlan és egymással összekapcsolódik, valamint azok az állandók, amelyek a piroelektromos és elektroklorikus hatást leírják, egymással egyenlők, a továbbiakban – „piroelektromos” hatás néven összefoglalva – mindkét jelenséget együttesen tárgyaljuk<sup>1</sup>.

Minden piroelektromos kristály piezoelektromos tulajdonságokkal is rendelkezik, de fordítva az állítás nem igaz. A polárosan semleges kristályokban piroelektromos hatás nem lép fel.

A piroelektromos hatás termodinamikai leírását az állapotegyenletek tartalmazzák. Válasszuk független változónak a  $\Theta$  hőmérsékletet, az  $E_i$  térerősségvektor koordinátáit, valamint a  $T_{\lambda\mu}$  feszültségtenzor elemeit (*Gibbs*-féle potenciálfüggvény alkalmazása).

Tételezzük fel a mechanikai feszültség és a villamos térerősség állandóságát (mechanikusan szabad próbatest villamosan rövidre zárt elektródákkal). Az állandóságot a soron következő és további egyenletekben is a felső indexben lévő változók szimbólumai jelzik. Ekkor a

$$D_j = p_j^T \Delta\Theta + \varepsilon_{ij}^{\Theta,T} E_i + d_{j\lambda\mu}^{\Theta,E} T_{\lambda\mu}$$

állapotegyenlet egyszerűsödik, és a

$$D_j = p_j^T \Delta\Theta$$

egyenlet marad, amelyben a

$$p_j^T = \left( \frac{\partial D_j}{\partial \Theta} \right)_{E,T}$$

piroelektromos együtthatókat állandó mechanikai feszültség és állandó villamos térerősség mellett kell meghatározni.

Az 1. ábra az „Energiaátalakulások szilárd testekben” című cikksorozat bevezető részében látható ábrá sorozat<sup>2</sup> alapján készült, amelyben a piroelektromos hatást a  $\Theta \rightarrow D_j$  folytonosan kihúzott, kék színű nyíl ábrázolja (az inverz – elektroklorikusnak nevezett – hatást kék színű, szaggatott nyíl jelzi).

Ezenkívül elképzelhető azonban egy másik jelenség is. A polarizáció megváltozhat a  $\Theta \rightarrow S_{pq}$  és  $S_{pq} \rightarrow D_j$  nyilak irányában végbe menő változások hatására is. Ezek szerint a hőmérséklet-változás termikus deformációt hoz létre a kristályban, és ez a változás a direkt piezoelektromos hatás eredményeképpen egy villamos polarizációt eredményez. Ennek megfelelő termodinamikai leírás az alábbi megfontolások alapján lehetséges.  $\Theta$  és  $S_{pq}$  változók segítségével  $E_i$  állandó értéken tartása mellett a  $D_j$  az alábbi módon számítható:

$$D_j = p_j^S \Delta\Theta + e_{jq}^{\Theta} S_{pq}$$

Az  $S_{pq}$  deformációtenzor koordinátákat fejezzük ki a feszültségtenzor koordinátákkal. Ehhez használjuk az

$$S_{pq} = \alpha_{pq}^E \Delta\Theta + s_{pq\lambda\mu}^{\Theta,E} T_{\lambda\mu}$$

állapotegyenletet ( $E_i$  továbbra is állandó). Behelyettesítés után:

$$D_j = (p_j^S + \alpha_{pq}^E e_{jq}^{\Theta}) \Delta\Theta + e_{jq}^{\Theta,E} s_{pq\lambda\mu}^{\Theta,E} T_{\lambda\mu}$$

<sup>1</sup> J. Tichy – G. Gautschi: Piezoelektrische Messtechnik, Springer Verlag, Berlin – Heidelberg – New York 1980.

<sup>2</sup> Dr. Fock Károly: A folyamatműszerezés érzékelői. Energiaátalakulások szilárd testekben – 2. Magyar Elektronika 2011/5. 52 – 56. old.

A mechanikai feszültség állandóságának feltételezésével az egyenlet jobb oldalának második tagja elmarad, és az egyszerűsített egyenlet

$$D_j = (p_j^S + \alpha_{pq}^E e_{jq}^\Theta) \Delta\Theta$$

alakú lesz, amiből a piroelektromos anyagjellemzőre egy újabb kifejezést kapunk:

$$p_j^T = p_j^S + \alpha_{pq}^E e_{jq}^\Theta.$$

Ezek szerint konstans mechanikai feszültség mellett a piroelektromos hatásnak két összetevője van. Az első a **valódi** piroelektromos hatás. A polarizáció úgy fog a hőmérséklet hatására megváltozni, hogy a deformáció állandó marad, vagyis a kristály méretei termikus nyúlások következtében nem változnak. A 4. ábrában ez a hatás a  $\Theta \rightarrow D_j$  folyamatosan kihúzott, kékszínű nyíl irányában működik, amelyben a piroelektromos együtthatót a

$$p_j^S = \left( \frac{\partial D_j}{\partial \Theta} \right)_{E,S}$$

egyenlettel definiáljuk. Lineáris piroelektromos anyagokban (pl. turmalin és lítiumszulfát) azonban ez a primer piroelektromos hatás a teljes polarizációváltozásnak csupán a 2...5%-át adja.

A  $p_j^T$  kifejezésének második,  $\alpha_{pq}^E e_{jq}^\Theta$  tagja jelenti a piezoelektromos hatás révén létrejövő piroelektromos hatást – az 1. ábra zöld és lila vonala mentén – a  $\Theta \rightarrow S_{pq} \rightarrow D_j$ -jelű kerülő úton. Ezt a hatást nevezik **szekunder** (vagy pszeudó) piroelektromos hatásnak.

Polárosan semleges kristályokban szimmetria okok miatt nemcsak a primer, hanem a szekunder piroelektromos hatás sem létezik. Ily módon pl. megállapítható, hogy a piezoelektromos hatásban olyan nagy szerepet játszó  $\alpha$ -kvarc kristályban piroelektromos hatással egyáltalában nem kell számolnunk.

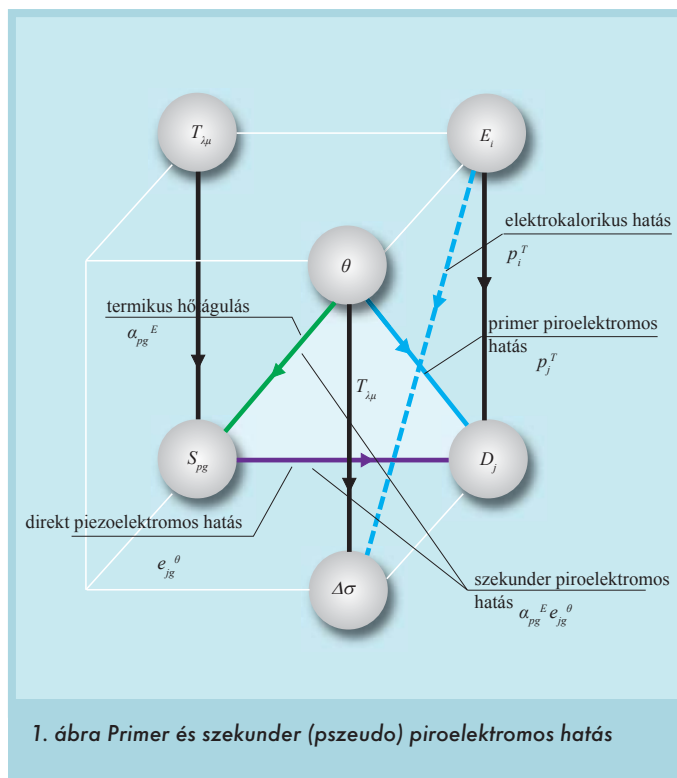
Könnyen belátható, hogy minden hőtágulásnál a spontán polarizáció csak akkor változik, ha a kristályban nem megy végbe struktúraváltozás, mivel a rácsállandók változása a térfogategységre jutó dipólusmomentumnak és ezáltal a spontán polarizációnak a változását jelenti.

**Ferroelektromosság**

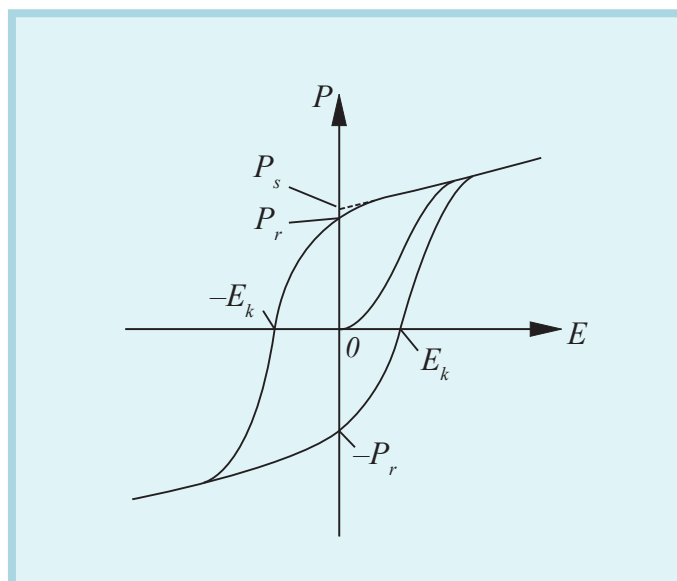
Más irányban szűkítve a piroelektromos kristályok körét, találkozhatsz olyan spontán polarizációval, amelyet egy külső elektromos tér egy másik stabil állapotba kiterít vagy át polarizál. A jelenséget ferroelektromos hatásnak, az anyagokat ferroelektrikumoknak nevezik. A ferroelektromos kristály tehát egy piroelektromos kristály – átbillenthető polarizációval.

A piroelektromosság azonban szükséges, de nem elégséges feltétele a ferroelektromosság létrejöttének. Ehhez kiegészítésként az is szükséges, hogy egy ferroelektromos kristályban a spontán polarizáció irányváltozása csak viszonylag kismértékű kristálystruktúra-változással párosuljon.

A ferroelektromosság 1920-ban történt felfedezése óta napjainkban a ferroelektromos tulajdonsággal rendelkező anyagok



1. ábra Primer és szekunder (pszeudo) piroelektromos hatás



2. ábra Ferroelektromos hiszterézishurok ( $P_s$  Spontán polarizáció,  $P_r$  Remanens polarizáció,  $E_k$  Koercitiv villamos térerősség)

száma a több százat is meghaladja. Legismertebb ezek közül a piezoelektromos témakörben is ismert báriumtitanát ( $BaTiO_3$ ).

A ferroelektromos jelenségek fizikai magyarázata a ferroelektromos kristályok domain-szerkezetével függ össze. Alakilag a ferromágneses fémeknél megismert domain-struktúrához hasonlóan egy domainen belül a dipólusok párhuzamos elrendeződésűek, a domaineik viszont energetikai okok és kristályhibák miatt statisztikusan rendezetlenek. Külső villamos tér hatására következhet be a domaineik átrendeződése (a villamos tér irányába történő befordulása), aminek tipikus megnyilvánulási formája a ferroelektrikumokra jellemző nemlineáris viselkedés és a – belső súrlódás miatt bekövetkező – hiszterézis jelensége (2. ábra).

A spontán polarizációs állapot azonban csak egy hőmérséklet-tartományban valósul meg. Egy meghatározott hőmérsékleten (*Curie*-hőmérséklet) fázisátmenetekkel kristálystruktúra-változás megy végbe, és a ferroelektromos tulajdonság megszűnik.

A ferroelektromosság elméletének központi problémája a struktúrávaltozás okának a létrejötte, amelynél a spontán polarizáció létrejön vagy eltűnik. A jelenség az előbbi fejezetek módszeréhez hasonlóan termodinamikai alapokon (potenciálfüggvények felhasználásával) vagy szilárdtest-fizikai alapokon egyaránt tárgyalható, amelyek ismertetésétől terjedelmi okok miatt itt eltekintünk. Az érdeklődők számára a szakirodalom tanulmányozását javasoljuk, amelynek jó kiindulását jelenti J. Tichy – G. Gautschi: *Piezoelektrische Messtechnik* (Springer Verlag, Berlin – Heidelberg – New York 1980.) című monográfiája.

**Piezoelektromos anyagok**

A napjainkban ismert piezoelektromos anyagok közül viszonylag kevés azoknak a száma, amelyeknek a mérés technikában, az anyag-szerkezeti vizsgálatokban, az elektronikában, a gyógyászatban stb. jelentősége van. A piezoelektromos elemek gyártása a természetben előforduló kristályokból vagy mesterségesen előállított anyagokból (kerámiák, textúrák, vékonyrétegek, polimerek) történhet.

**A piezoelektromos anyagok kiválasztásának kritériumai**

A piezoelektromos elemek anyagaival szemben támasztott követelmények általánosan az alábbiakban foglalhatók össze:

- Nagy piezoelektromos érzékenység,
- Nagy mechanikai szilárdság, ami könnyű mechanikai megmunkálhatósággal párosul,
- Nagy villamos szigetelési ellenállás,
- A fontos anyagjellemzők hosszú idejű stabilitása és azok külső, zavaró hatásokkal szembeni érzéketlensége (elsősorban a piezoelektromos érzékenység hőmérsékletfüggése kritikus),
- A mechanikai feszültség és a villamos polarizáció közötti lineáris függvénykapcsolat,
- Alacsony előállítási költségek.

Ha a felsorolt követelményeket összehasonlítjuk a szóba jöhető piezoelektromos anyagokkal, akkor egyszerűen szelektálhatunk, és érthetővé válik a műszakilag használható anyagok viszonylag kevés száma és típusa.

Az anyagfélések ismertetésénél nemcsak az erő, nyomaték, nyomás, gyorsulás mérésére alkalmas anyagokat tekintjük át (direkt piezoelektromos hatás), hanem az indirekt hatást felhasználó ultrahang források és vevők, valamint az elektromechanikai oszcillátorok és szűrők kialakításához használható anyagokat is. Ezek az anyagok eredetüket tekintve lehetnek:

- Természetben előforduló vagy mesterséges úton előállított egykristályok,
- Kerámiák,
- Polikristályos, vékonyréteg technológiával előállított anyagok,
- Polimerek.

Az anyagok ismertetésénél nem törekedhetünk teljességre sem az anyagfélések számbavételénél, sem pedig az ismertetett típusok műszaki szempontból fontos tulajdonságainak a felsorolásánál. A konkrét tervezéshez, a megfelelő gyártástechnológia kidolgozásához nagyon sokrétű, alapos ismeretek szükségesek, amelyek a szakirodalomban már évtizedek óta rendelkezésre állnak. Az érdeklődő olvasónak felsorolunk ebből néhányat<sup>3</sup>.

3 Mason, W. P.: *Piezoelectric Crystals and their Application to Ultrasonics*, Toronto, New York, London, Van Nostrand, 1950.  
Mason, W. P.: *Physical Acoustics and the Properties of Solids*, Princeton, Van Nostrand, 1958.

A piezoelektromos anyagok tulajdonságainak ismertetése az eddigiekben is alkalmazott lineáris állapotegyenletek felhasználásával és a bennük definiált anyagjellemzőkkel lehetséges. Ezt a módszert választotta a szakirodalom is, amelyből összefoglaló tájékoztatót kívánunk az alábbiakban adni.

Az állapotegyenletekben definiált anyagjellemzők ismertetése azért is fontos, mert az anyagok anyagjellemzőinek valamilyen okból kivétel nélkül anizotróp struktúrája döntő jelentőségű az alkalmazástechnikában.

A piezoelektromos anyagok jellemzésére a mechanikai és villamos tulajdonságokat, illetve ezek kölcsönhatását vizsgáljuk, és feltételezzük, hogy a harmadik energiakomponensnek, a hőenergiának a hatását most figyelmen kívül hagyhatjuk, vagyis a hőmérséklet, illetve az entrópiasűrűség állandó (izotermikus vagy adiabatikus változások). Természetesen a hőenergia változását nem szabad az alkalmazástechnikában figyelmen kívül hagyni, szükség van az anyagjellemzők hőmérsékletfüggésének az ismeretére is.

A közölt anyagjellemzők értékei a szakirodalomból származnak, többnyire a második világháborút követő időszak publikációi foglalják össze ezeket. Mivel mérési eredményekről van szó, nem meglepő, hogy értékeik bizonyos pontatlansággal adhatók csak meg, és a különböző források ugyanarra a tulajdonságra egymástól eltérő adatokat is közölnek.

Cikksorozatunk célja elsősorban az elvi működés tisztázását követően az alkalmazástechnikai lehetőségek felvázolása, amihez – mint látni fogjuk – az anyagjellemzők anizotróp struktúrája a döntő, a tényleges értékeknek most csak tájékoztató jelentősége van, és nem zavaró, hogy a közölt adatok csak több-kevesebb pontatlansággal érhetőek el.

A piezoelektromos hatás fenomenológiai leírásához használható többféle kiindulási lehetőség közül – mint eddig általában – válasszuk ki a *Gibbs*-féle potenciálfüggvényből levezethető lineáris állapotegyenlet-rendszert<sup>4</sup>, amelynek mátrixos formában felírt alakja:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & s_{14}^E & s_{15}^E & s_{16}^E & d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & s_{24}^E & s_{25}^E & s_{26}^E & d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & s_{34}^E & s_{35}^E & s_{36}^E & d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ s_{41}^E & s_{42}^E & s_{43}^E & s_{44}^E & s_{45}^E & s_{46}^E & d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ s_{51}^E & s_{52}^E & s_{53}^E & s_{54}^E & s_{55}^E & s_{56}^E & d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ s_{61}^E & s_{62}^E & s_{63}^E & s_{64}^E & s_{65}^E & s_{66}^E & d_{16} & d_{26} & d_{36} \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & \varepsilon_{11}^T & \varepsilon_{12}^T & \varepsilon_{13}^T \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & \varepsilon_{21}^T & \varepsilon_{22}^T & \varepsilon_{23}^T \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & \varepsilon_{31}^T & \varepsilon_{32}^T & \varepsilon_{33}^T \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \\ E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

ahol  $s_{ij} = s_{ji}$  és  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ .

A könnyebb áttekinthetőség érdekében a  $d_{ij}$  piezoelektromos együtthatók celláit a cikksorozat első részében bevezetett háttérzínekkel láttuk el, hogy a mechanikai és villamos mennyiségek közötti kölcsönhatásokat – longitudinális (piros), transzverzális (zöld), longitudinálisan csúsztató (kék), illetve transzverzálisan csúsztató (lila) – könnyebben lehessen egymástól megkülönböztetni.

Mason, W. P.: (szerk.) *Physical Acoustics*, New York, London, Academic Press (1964-től)  
Müser, H. E.: *Grundlagen und Anwendungen der Ferroelektrizität*, Opladen, Westdeutscher Verlag, 1976.  
Musgrave, M. J. P.: *Crystal Acoustics*, San Francisco, Holden-Day, 1970.

4 Dr.Fock K.: A folyamatműszerezés érzékelői, Energiaátalakulások szilárd testekben – piezo- és piroelektromos átalakítók – 1, Magyar Elektronika, 2012/9. pp 56-60

A lineáris állapotegyenlet-rendszernek ez a legáltalánosabb alakja az elméleti levezetés eredménye, a gyakorlatban előforduló anyagok nemcsak abban különböznek egymástól, hogy az anyagjellemzőik értékei sokszor több nagyságrenddel is eltérnek egymástól, hanem abban is, hogy struktúrájuk lényegesen eltérő lehet (az állapotmátrix több elemének értéke például zérus).

### Piezo- és piroelektromos tulajdonságú egykristályok

Mielőtt a piezo- és piroelektromos tulajdonságú egykristályok ismertetésére részletesebben rátérnénk, célszerű összefoglalni egységes, kristálytani szempontok szerint ezek felépítését, szerkezetét. A témakörrel készült cikksorozat elején megemlítettük, hogy a 32-féle szimmetriaosztály között csak mindössze 20 olyan van (10 poláros és 10 polárosan semleges), amelynek felépítése **nem** centroszimmetrikus, amely szimmetriaosztályhoz tartozó kristályokban a piezoelektromos hatás egyáltalában létrejöhet. Ezen csoportok közül a poláros szerkezetűek még piroelektromosak is, és a ferroelektromos egykristályokat is itt kell keresni.

A műszaki kritériumoknak is megfelelő szimmetriaosztályok – és ezeken belül a szóba jöhető, konkrét egykristályok – száma azonban lényegesen redukálódik, és alig néhány anyagra koncentrálódik. Ezek az egykristályok a 32-, a 3*m*- és a 6*mm*-, valamint a 2-jelű szimmetriaosztályba tartoznak. Tekintettel arra, hogy első pillanatban a kristályformák megjelenésükben nagy hasonlóságot mutatnak, de felépítésükben jól definiálható különbségek is vannak, célszerű ezeket a kristálytani felépítéseket még azelőtt összefoglalni és megismerni, mielőtt az egyes – gyakorlatban használt – kristályok tulajdonságait részletesebben megismernénk.

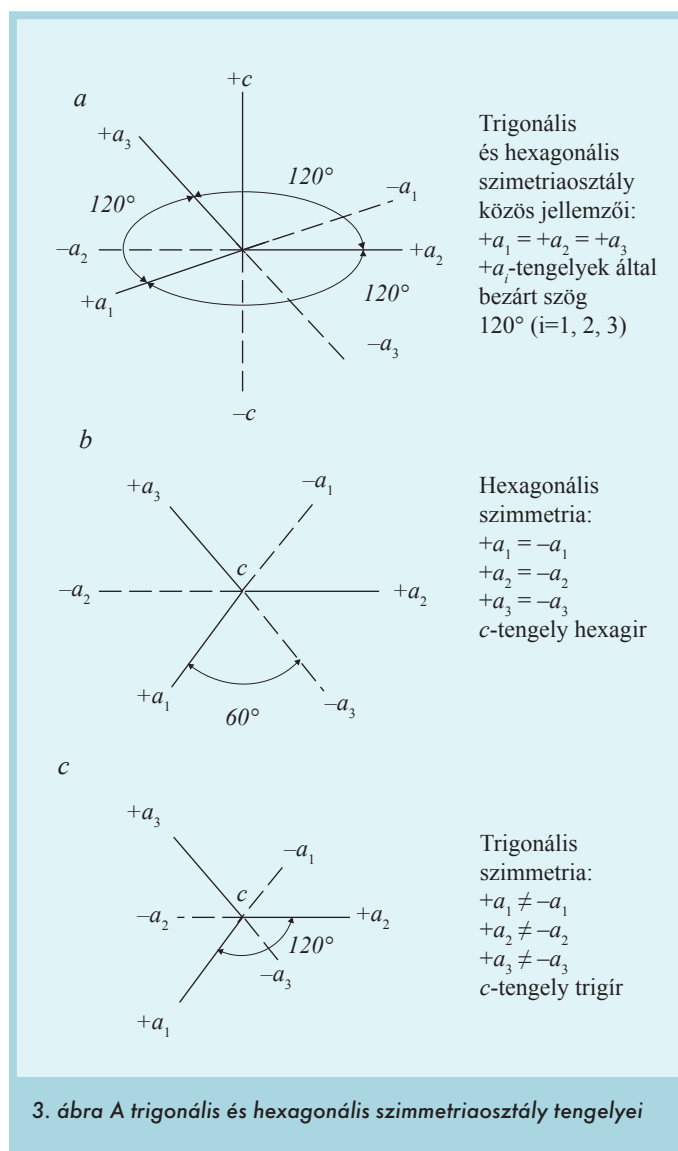
### Kristálytani áttekintés<sup>5,6</sup>

A felsorolt szimmetriaosztályok közül a 32- és a 3*m*-jelű a trigonális, a 6*mm*-jelű pedig a hexagonális kristályrendszerbe tartozik<sup>7</sup>. A trigonális rendszert néha a hexagonális rendszer alcsoportjának is tekintik. Bár a két rendszer közötti különbségek elég nagyok ahhoz, hogy két osztályba sorolást is megérdemeljenek, de a felépítésükben tapasztalható hasonlatosságokról sem szabad elfelejtkezni.

A szóban forgó szimmetriaosztályok abban különböznek a többitől, hogy négy szimmetriatengelyük van. A szimmetriatengelyek között van egy főtengety (*c*-jelű, függőleges irányú), amelyek a hexagonális rendszerben 6-szoros (hexagír), a trigonális rendszerben 3-szoros (trigír) szimmetriájú. A *c*-tengelyre merőleges síkban további három szimmetriatengely található, amelyek pozitív felei (a 3.a. ábrán  $+a_1, +a_2, +a_3$ ) 120°-ban vannak elforgatva egymástól.

A hexagonális rendszerben a tengelyek negatív irányban történő meghosszabbításai azonos hosszúságúak a pozitív párjukkal. (Más szóval nincs különbség a tengelyek pozitív és negatív pólusai között, vagyis  $+a_1 = -a_1, +a_2 = -a_2$  és  $+a_3 = -a_3$ .) Ezáltal lesz a *c*-tengely hexagír. A trigonális rendszerben ez a feltétel nem teljesül, vagyis:  $+a_1 \neq -a_1, +a_2 \neq -a_2$  és  $+a_3 \neq -a_3$ , emiatt a *c*-tengely körüli elfordulás csak 120°-onként ismétlődik (trigír).

A hexagonális és trigonális kristályrendszerek különböző szimmetriaosztályaiban a *c*-tengely pozitív és negatív felei lehetnek egymással egyenlők, de különbözők is; és megkülönböztetésre okot adó tulajdonság az is, hogy méretük hogyan viszonyul az *a*-tengelyek hosszához (lehet annál kisebb, nagyobb vagy azok-



3. ábra A trigonális és hexagonális szimmetriaosztály tengelyei

kal egyenlő hosszúságú, vagyis a kristály lapos, oszlopos vagy izometrikus felépítésű).

A 3. ábrán vázolt szimmetriatengelyekkel változatos formájú kristályformák alakulhatnak ki. Ezek lehetnek nyíltak vagy zártak attól függően, hogy a kristály lapjai a teret nem zárják be teljesen, vagy azt körös-körül bezárják. A prizmák például nyílt, több lapból álló formák, és ezek az oldallapok egymással párhuzamos élekben metsződnek. Szimmetriaelemei a girek és a tükörsíkok. A piramisok nyílt, többlapú formák, amelyek lapjai nem párhuzamosak egymással, hanem egy pontban (a csúcspan) találkoznak. Szimmetriaelemeik úgyszintén girek és tükörsíkok. A nyílt formák a természetben nem fordulhatnak elő, ezért a felsorolt formáknak más formákkal (például egyszeres vagy kétszeres lapokkal) vagy egymással kombinálódniuk kell. Ez a változatosság okozza a rendkívül nagy számú kristályformát, amelyek kialakulását tovább bonyolítják a kristályképződést befolyásoló egyéb tényezők (például idegen összetevők, zárványok).

A folytatásban az említett négy szimmetriaosztályhoz tartozó – a gyakorlatban nagyobb gyakorlati jelentőséggel bíró – piezoelektromos anyagok kristályszerkezetét tekintjük át, majd rátérünk ezen piezo- és piroelektromos anyagok felhasználás szempontjából fontos tulajdonságainak az ismertetésére.

5 [www.galleries.com/minerals/symmetry/trigonal.htm](http://www.galleries.com/minerals/symmetry/trigonal.htm)

6 [www.galleries.com/minerals/symmetry/hexagona.htm](http://www.galleries.com/minerals/symmetry/hexagona.htm)

7 7 fajta kristályrendszer van: triklin, monoklin, rombos, hexagonális, trigonális, tetragonális és köbös.