

# A folyamatműszerezés érzékelői

## Energiaátalakulások szilárd testekben – 5.

Dr. Fock Károly

A mechanikai érzékelők családjából a cikksorozat során következő folytatásában azokat az eszközöket tárgyaljuk, amelyek elsősorban a nyomásmérésben és kisebb mértékben az erőmérésben játszanak fontos szerepet. Ezek az érzékelők megjelenési formájukat tekintve különböző kialakítású lemezek, ill. egyik végükön zárt csövek. A speciális kialakítást a mérés technika szigorú követelményein kívül a gyártástechnológiai szempontok indokolják.

### Kör alakú lemezek

A kör alakú lemezek elasztomechanikai tulajdonságait csak azokban az esetekben részletezzük, amelyek részben erőmérésben, de elsősorban nyomásmérésben fontosak.

### Befogott peremű síkmembrán nyomásmérésre

Az 1. ábrán látható  $h$  vastagságú,  $R$  sugarú, kör alakú mérőelem azzal a sajátossággal bír, hogy a  $p$  nyomás hatására a peremén sem radiális, sem tangenciális irányban nem tud elmozdulni. Kimeneti jelként felhasználhatjuk a membrán közepének  $\xi_0$  elmozdulását vagy valamelyik felületének  $\varepsilon_r(r)$  radiális, ill.  $\varepsilon_\varphi(r)$  tangenciális deformációját: a mérésre felhasználható statikus karakterisztikák (a membrán felső felületének deformációjából):

$$\xi_0 \cong \frac{3R^4(1-\nu^2)}{16h^3E} p \quad ,$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_r(0) = \varepsilon_\varphi(0) \cong \frac{3}{8} \left( \frac{R}{h} \right)^2 \frac{1-\nu^2}{E} p \quad ,$$

amivel

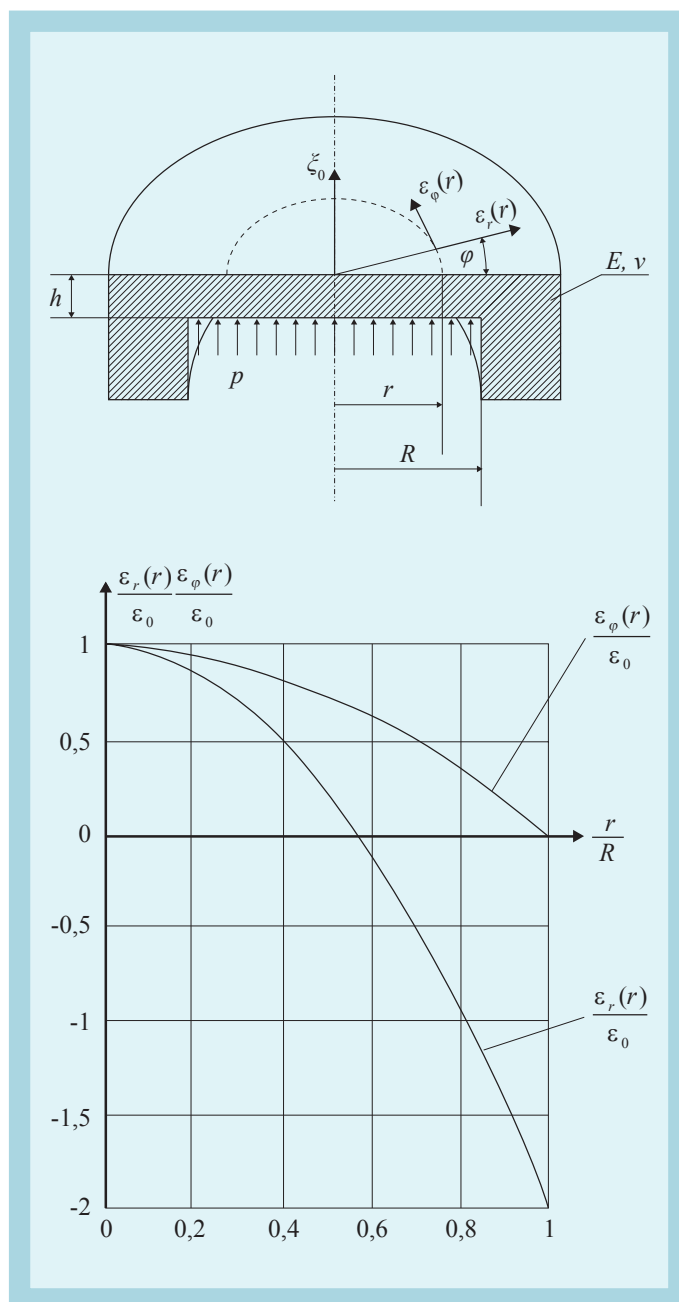
$$\frac{\varepsilon_r(r)}{\varepsilon_0} \cong 1 - 3 \left( \frac{r}{R} \right)^2$$

és

$$\frac{\varepsilon_\varphi(r)}{\varepsilon_0} \cong 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \quad .$$

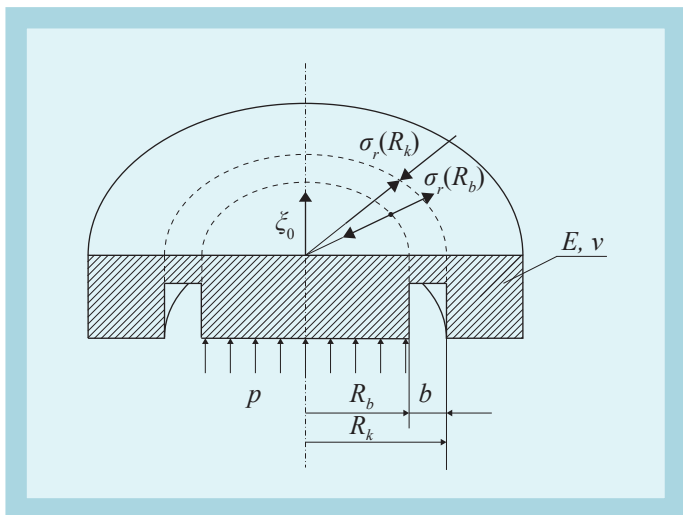
A felsorolt egyenletek a deformációk valódi – kismértékben nemlineáris – nyomásfüggésének lineáris közelítését adják. A linearitási hiba a geometriai és anyagjellemzők konkrét értékei mellett eltérő mértékben függ a  $p$  nyomástól.

Az érzékelő mérés technikai célú felhasználásának előnye a kedvező gyártástechnológiai tulajdonságokon kívül az  $\varepsilon_r(r)$  radiális, ill. az  $\varepsilon_\varphi(r)$  tangenciális deformáció helyfüggésében rejlik (1. ábra). Figyelemre méltó, hogy az  $\varepsilon_\varphi(r)$  tangenciális nyúlás a membrán középpontja közelében viszonylag nagy körfelületen a maximum közelében van, az  $\varepsilon_r(r)$  radiális deformáció pedig a membrán középpontjától a széle felé haladva előjelet vált, és a befogás közelében nagy értékű összenyomódást mutat. A nyúlásmérő ellenállások alkalmazásában jártas konstruktőrök számára ez a differenciál kialakítású, teljes híd-



1. ábra Befogott peremű síkmembrán deformációja nyomás hatására

kapcsolás alkalmazásának a lehetőségét jelenti, amivel a mechanikai deformációt villamos jellé lehet alakítani.



2. ábra Körgyűrű alakú membrán nyomásmérésre

**Körgyűrű alakú membrán nyomásmérésre**

A 2. ábrán látható a membrán közepének megvastagított része a vizsgálat során merevnek tekintendő. Kimenőjelként a megvastagított rész  $\xi_0$  elmozdulását, vagy a körgyűrűkön mérhető radiális irányú  $\sigma_r(R_b)$  és  $\sigma_r(R_k)$  feszültségeket (ill. ezeknek megfelelő deformációt) használják fel. Az ábra jelöléseivel:

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &\cong \frac{R_k(1-\nu^2)}{2E} \left(\frac{b}{h}\right)^3 p \\ \sigma_r(R_b) &\cong \frac{3bR_b}{2h^2} p \\ \sigma_r(R_k) &= -\sigma_r(R_b) \end{aligned} \right\} \text{feltételezve, hogy } b \ll R_k.$$

A középső merevítés a méréstartomány felső határának a kiterjesztését és a linearitási hiba csökkentését szolgálja.

**Befogott peremű síkmembrán erőmérésre**

Elsősorban konstrukciós és gyártástechnológiai okokból használják a befogott peremű síkmembrán erőmérők érzékelőjeként is. A 3. ábra ezen érzékelők modelljét szemlélteti. A mérendő  $F_0$  erő hatására mérhető a középpont  $\xi_0$  elmozdulása, ill. a membrán felületének  $\varepsilon_r(r)$  radiális és  $\varepsilon_\varphi(r)$  tangenciális irányú deformációja:

$$\xi_0 \cong \frac{3R^2(1-\nu^2)}{4h^3 E} F_0,$$

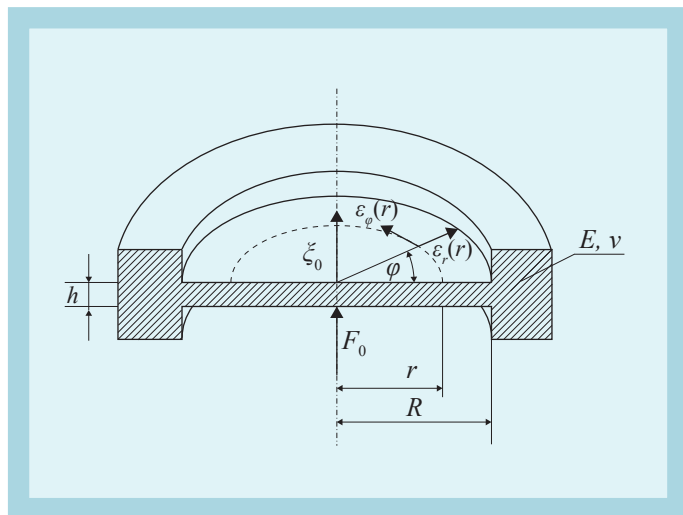
$$\varepsilon_r(0) = \varepsilon_\varphi(0) = \varepsilon_0 = \frac{3(1-\nu^2)}{2\pi h^2 E} F_0,$$

továbbá

$$\frac{\varepsilon_r(r)}{\varepsilon_0} = \ln \frac{R}{r} - 1$$

és

$$\frac{\varepsilon_\varphi(r)}{\varepsilon_0} = \ln \frac{R}{r}.$$



3. ábra Befogott peremű síkmembrán erőmérésre

A nyomásméréshez hasonlóan itt is megfigyelhető az  $\varepsilon_r(r)$  radiális és  $\varepsilon_\varphi(r)$  tangenciális irányú deformációk az ellenkező előjele a membrán közepén és a befogás közelében. Az egyenletek közelítések eredményei, és nyilvánvaló, hogy a helyfüggést leíró egyenletek  $r \rightarrow 0$  közelében érvényüket veszítik.

**Hullámos membrán**

Ha egy kör alakú lemezbe körformájú hullámokat préselünk, akkor létrejön a hullámos membrán. A hullámos membrán nyomás – elmozdulás-átalakítóként vagy két különböző közeg közötti elválasztó elemként szolgál nyomásátvitel esetén. A jelátviteli tulajdonságok szemléltetésére egy szinusz formájú, lapos hullámú, befogott peremű membrán vizsgálatunk meg (4. ábra). A mérendő  $p$  nyomás és a membrán közepének  $\xi_0$  elmozdulása közötti összefüggés általában nemlineáris. Az

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{H}{h}\right)^2 + 1}$$

jelölés felhasználásával:

$$a \frac{\xi_0}{h} + b \left(\frac{\xi_0}{h}\right)^3 = \frac{R^4}{Eh^4} p,$$

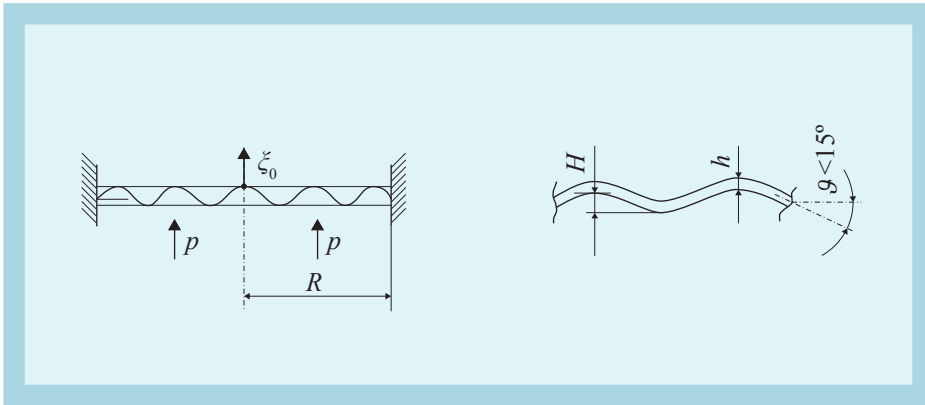
ahol:

$$a = \frac{2(3+\alpha)(1+\alpha)}{3 \left[1 - \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^2\right]}, \quad b = \frac{32}{\alpha^2 - 9} \left[ \frac{1}{6} - \frac{3-\nu}{(\alpha-\nu)(\alpha+3)} \right].$$

Az egyenlet alapján kiszámítható, hogy pl. a  $\xi_0 = h/3$  nagyságú kitérésnél a linearitási hiba 5%. Kis kitérésekre a  $\xi_0(p)$  statikus karakterisztika jó közelítéssel:

$$\xi_0 = \frac{R^4}{Eh^3} \frac{3 \left[1 - \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^2\right]}{2(3+\alpha)(1+\alpha)} p.$$

A hullámosítással a membrán merevsége növekszik, ami a lemezvastagság csökkentését teszi lehetővé.



4. ábra Hullámos membrán elvi szerkezeti felépítése

**Négyzet alakú membrán deformációja**

A mikroelektromechanikai technológiával előállított – Si-egy-kristályból maratással kialakított – *a* élhosszúságú, *h* vastagságú, négyzet alakú, befogott peremű membrán (5. ábra) napjaink egyik leggyakrabban alkalmazott nyomásmérő eleme, amelyik azzal az igen kedvező tulajdonsággal is rendelkezik, hogy a félvezetőgyártás egyes lépéseinek a felhasználásával a membránra a felületi deformáció – ill. a vele arányos nyomás vagy nyomáskülönbség – villamos kimenőjelű mérésére nagy érzékenységű, félvezető nyúlásmérő ellenállások integrálhatók. A membránfelület helyfüggő, *z*-irányú  $\xi(x, y)$  kitérésének közelítő függvénye<sup>1</sup> (a koordináta-rendszer kezdőpontja a membrán közepén van):

$$\xi(x, y) \approx \xi_0(1 - \cos 2\pi x/a)(1 - \cos 2\pi y/a) ,$$

ahol a membránközeppont nyomásfüggő  $\xi_0$  kitérését a

$$\frac{pa^4}{Eh^4} = g_1(\nu)\frac{\xi_0}{h} + \frac{3,41a^2\sigma_i}{h^2E}\frac{\xi_0}{h} + g_2(\nu)\left(\frac{\xi_0}{h}\right)^3$$

egyenletből számíthatjuk. Az egyenlet jobb oldalának második tagja a  $\sigma_i$  kezdeti feszültség hatását fejezi ki. A  $g_1(\nu)$  és  $g_2(\nu)$  együtthatókra végeselemes, numerikus számítások eredményeinek analitikus közelítésével a

$$g_1 = \frac{4,13}{(1-\nu^2)} ,$$

valamint a

$$g_2 = \frac{1,98(1-0,585\nu)}{1-\nu}$$

kifejezések adódnak.

<sup>1</sup> V. V. Meleshenko: Bending of an elastic rectangular clamped plate: exact versus „engineering” solutions, J. Elasticity 48 (1997) 1-50

**Zárt, cső alakú mérőelemek**

**Egyenes csövek**

Gyakorlatilag a nagyobb nyomások mérésére ( $p > 1 \text{ MPa}$ ) használható az egyenes, cső alakú mérőtest, amelynek felületén kialakuló nyúlásait használják kimenőjelnek (6. ábra). A cső nemcsak radiális irányban tágul a *p* nyomás hatására (aminek következtében a felületen az  $\epsilon_t$  tangenciális nyúlás keletkezik), hanem a csővégek  $A_b$  belső felületére ható erők miatt  $\epsilon_l$  tengelyirányú deformáció is létrejön. Hengerszimmetriát feltételezve, vékonyfalú cső esetén, a végétől elég nagy távolságban:

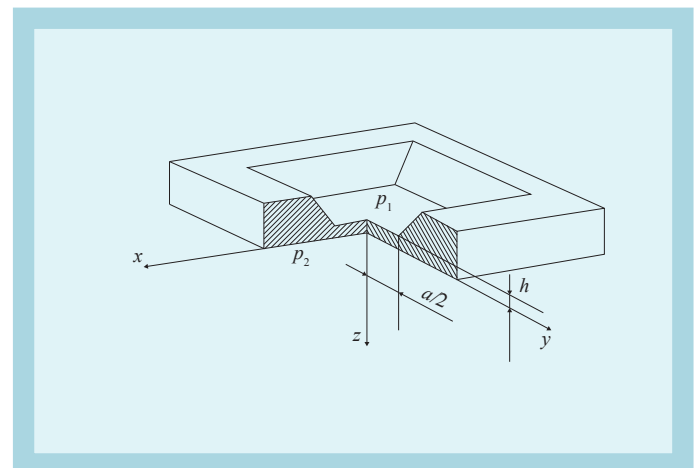
$$\left. \begin{aligned} \epsilon_t &= \frac{R}{Eh} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) p \\ \epsilon_l &= \frac{R}{Eh} \left(\frac{1}{2} - \nu\right) p \end{aligned} \right\} , \text{ ha } h < R_k .$$

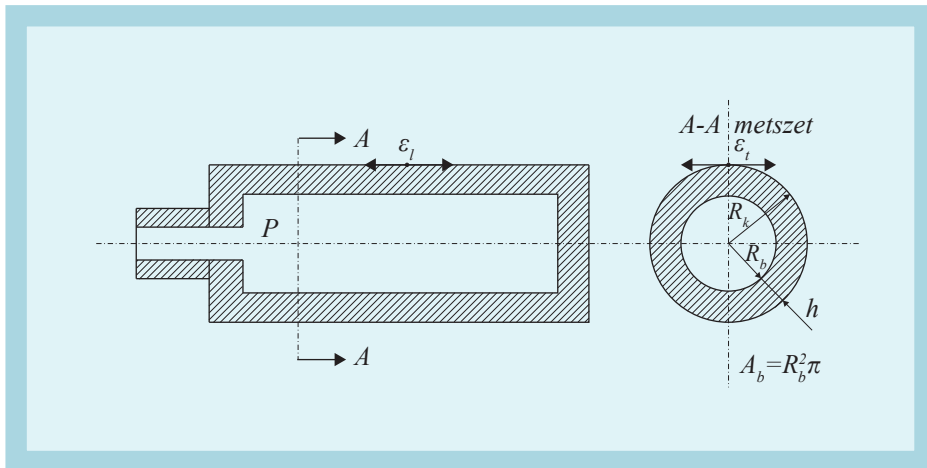
A gyakorlati kivitelezések során a mérőelem általában nem hengerszimmetrikus, és nem tekinthető a cső vékonyfalúnak sem, emiatt a fenti – analitikusan levezethető – egyenletek érvényüket veszítik, de kellő gyakorlattal a lineáris statikus karakterisztika lineáris függvényekkel jól megközelíthető.

**Bourdon-csövek**

A Bourdon-csövek  $p > kPa$  nyomástartományban az egyik leggyakrabban alkalmazott érzékelőelemek egyike. A fizikai működést a 7. ábra alapján érthetjük meg. Egy cső ovális keresztmetszettel kör alakúra van meghajtvva. A cső a szabad végén zárt. A merev befogásnál hat a mérendő *p* nyomás a cső belsejére. A *p* nyomás által keltett feszültségek deformálják a csövet, aminek következtében annak *R* sugara *R'* értékre növekszik, és létrejön az ábrán látható  $\Delta\gamma$  szögváltozás, valamint a rugó végének  $\xi_0$  nagyságú kitérése. Kimeneti jelként általában ezt a rugókitérést hasznosítják. A deformáció csak közelítőleg számítható. A vékonyfalú csövekre érvényes összefüggések szerint:

5. ábra Si-egy-kristályból maratással kialakított négyzet alakú, befogott peremű síkmembrán nyomásmérésre





6. ábra Zárt, egyenes, cső alakú mérőelem nyomás mérésére

**Hullámos falú cső**

A hullámos falú cső (más néven: szilfonmembrán) nyomás – elmozdulás, nyomás – erő átalakítóként, ill. különböző közegek esetén elválasztó elemként kerül felhasználásra. Bonyolult technológiai eljárással alakítható ki a 8. ábrán látható alakja, amelynek jelátviteli tulajdonságai közül egyaránt fontos a mérendő  $p$  nyomás hatására keletkező  $\xi_0$  elmozdulás, ill. a  $K = \xi_0 / F$  rugómerevség.

A gyártás során keletkezett  $h_1$ ,  $h_2$  és  $h_3$  falvastagságból és az  $a = r_i / R$  sugárarányból tapasztalati képletek segítségével kiszámítható egy  $h_a$  átlagos falvastagság, amivel  $F=0$  terhelésmentes esetben a  $\xi_0$  kitérés és  $p=0$  közelében a  $K$  rugómerevség:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma}(p) = \frac{(1-\nu^2)R^2}{Ebh} \left[ 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right] \frac{\alpha}{\beta + \delta} p,$$

$$\xi_0 = \frac{3(1-\nu^2)R^4 n}{8Eh_a^3} (1 - \rho^4 + 4\rho \ln \rho) p,$$

ahol :

$\alpha$  és  $\beta$  az  $a/b$ -től függő konstansok és

$$\delta = \frac{Rh}{a^2}, \text{ ahol } h \text{ a csőfal vastagsága,}$$

$$K = \frac{\xi_0}{F} = \frac{3(1-\nu^2)R^2 n}{2\pi E h_a^3} \left[ 1 - \rho^2 + \frac{4(\ln \rho)^2}{1 - \left(\frac{1}{\rho}\right)^2} \right].$$

amivel

$$\xi_0(p) = \frac{\Delta\gamma}{\gamma}(p) R \sqrt{(1 - \cos \gamma)^2 + (\gamma - \sin \gamma)^2}.$$

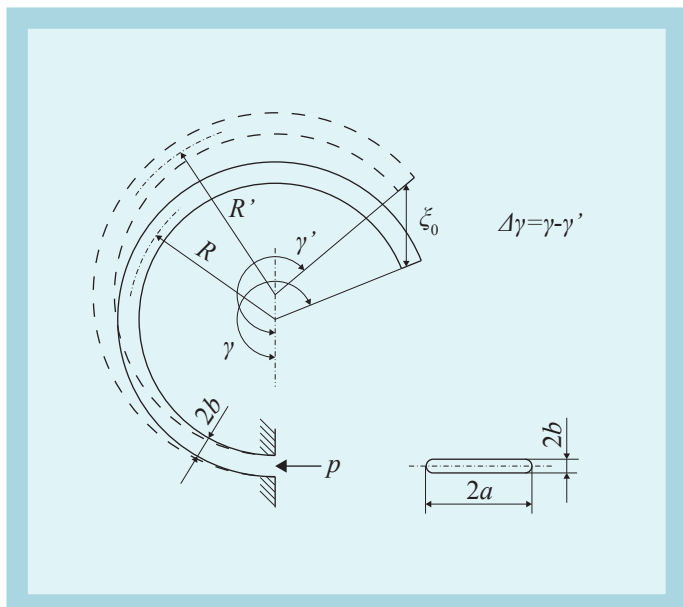
A tapasztalat szerint az átalakító statikus karakterisztikájának linearitási hibája is van, amelynek azonban analitikus kifejezése nem ismert.

Az összefüggések gyakorlati és technológiai szempontból is előnyben részesített – a 7. ábra jobb oldalán látható – lapos cső keresztmetszetre vonatkoznak.

(Folytatjuk!)

editor@magyar-elektronika.hu

7. ábra Bourdon-cső működési vázlatja



8. ábra Hullámos falú cső szerkezeti felépítése

