

# Folyamatműszerezés érzékelői

## Dinamikus modellezés AHK-módszerrel - 5.

Dr. Fock Károly

Folytatva az aktív átalakítók analóg helyettesítő képének tárgyalását, a cikksorozat következő részében a mágneses átalakítókkal és ezen témakörön belül az elektrodinamikus átalakítókkal foglalkozunk. Az AHK-módszer előnyét a tárgyalat témakörhöz tartozó konkrét példákkal illusztráljuk.

### Mágneses átalakítók analóg helyettesítő képe

A villamos átalakítók analóg helyettesítő képének levezetésénél követett gondolatmenettel most a mágneses átalakító vizsgálatára térünk át, és a mágneses és mechanikai változók közötti kapcsolatot elemezzük. A lineáris összefüggések szem előtt tartásával, valamint annak feltételezésével, hogy a rendszer  $W$  energiája állapotfüggvény, a  $\Phi$ ,  $i$ ,  $x$  és  $F$  állapotkoordináták közötti kapcsolat

$$i = f_1(\Phi, x) \text{ és}$$

$$F = f_2(\Phi, x)$$

kétváltozós függvényekből álló egyenletrendszerrel írható le. A változók  $\Phi$ ,  $x$  munkapont körüli kis megváltozását az alábbi linearizált egyenletrendszerrel közelíthetjük:

$$di = \left(\frac{\partial i}{\partial \Phi}\right)_{x=x_0} d\Phi + \left(\frac{\partial i}{\partial x}\right)_{\Phi=\Phi_0} dx$$

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial \Phi}\right)_{x=x_0} d\Phi + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{\Phi=\Phi_0} dx$$

A parciális differenciálhányadosoknak ismét konkrét fizikai jelentése van:

$$\left(\frac{\partial i}{\partial \Phi}\right)_{x=x_0} = \frac{1}{L_b}$$

a mechanikailag rögzített rendszer induktivitása,

$$-\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_{\Phi=\Phi_0} = \frac{1}{n_k}$$

pedig a villamosan rövidre zárt rendszer rugóengedékenysége.

A  $\left(\frac{\partial i}{\partial \Phi}\right)_{\Phi=\Phi_0}$  és  $\left(\frac{\partial F}{\partial \Phi}\right)_{x=x_0}$  vegyes másodrendű parciális

deriváltak egyenlők, mert a  $W$  egyértelmű függvénye  $\Phi$  és  $x$  extenzív változóknak, és azokat a továbbiakban  $T_0$ -al jelöljük:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \Phi}\right)_{x=x_0} = -\left(\frac{\partial i}{\partial x}\right)_{\Phi=\Phi_0} = T_0$$

A differenciálások elvégzéséhez tételezzük fel a szinuszos jel-változást, és emiatt a továbbiakban a változók komplex amplitúdókat jelentenek

$$di \rightarrow i, dF \rightarrow F, d\Phi \rightarrow \Phi, dx \rightarrow x$$

helyettesítéssel:

$$i = \frac{1}{j\omega L_b} u - \frac{T_0}{j\omega} v$$

$$F = \frac{T_0}{j\omega} u - \frac{1}{j\omega n_k} v$$

A  $T_0/j\omega$  csatolási tényező frekvenciafüggésének megszüntetése érdekében  $j\omega$ -val történő beszorzással és átrendezéssel az alábbi egyenletrendszert kapjuk:

$$u - j\omega L_0 i = T_0 L_b v = u_a$$

$$F + \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{n_k} - T_0^2 L_b\right) v = T_0 L_b i = F_a,$$

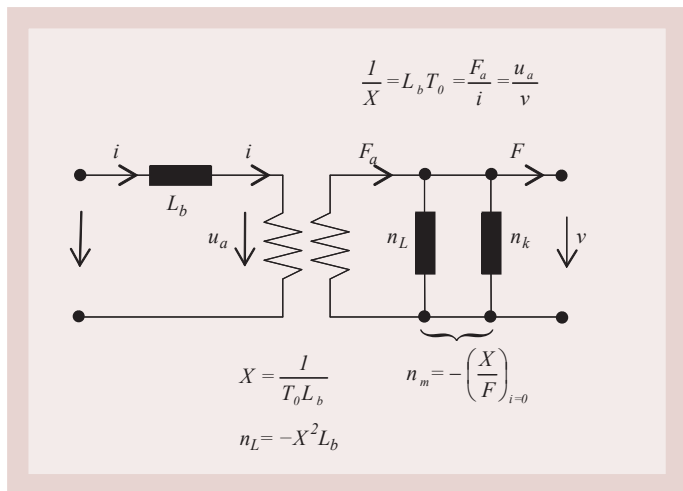
amelyhez a 1. ábrán látható analóg helyettesítő kép rendelhető. Az ábrában és az egyenletrendszerben feltüntetett

$$n_L = -\frac{1}{T_0^2 L_b}$$

rugóengedékenység negatív előjele abból a fizikai törvényszerűségből ered, hogy a mágneses pólusokat egymástól távolítva egyre csökkenő húzóerőt kapunk.

A frekvenciafüggetlen keresztkapcsolatot leíró egyenletrendszer egy transzformátor típusú, ideális teljesítményátalakítót modellez.

Az átalakító analóg helyettesítő képének  $X$ ,  $L_b$  és  $n_m$  paraméterei kísérleti úton egyszerűen meghatározhatók. Az  $X$  transzformátoráttétel pl. rögzített mechanikai rendszernél mért  $F_a$  erő és az  $i$  nagyságú áram, vagy üresjárás  $u_a$  feszültség és  $v$  sebesség esetén mérésrel határozhatjuk meg.



1. ábra Mágneses átalakító analóg helyettesítő képe

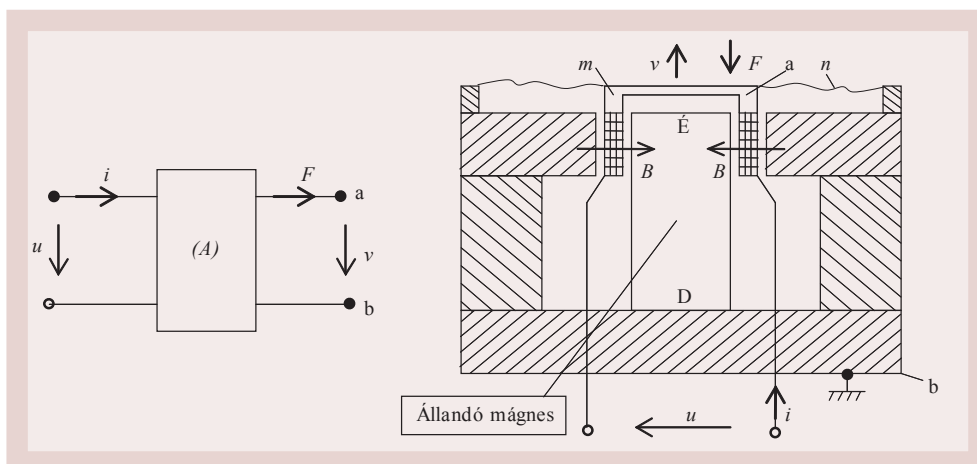
**Elektrodinamikus átalakító**

A mágneses átalakítók legelterjedtebb típusát jelentik az „elektrodinamikus átalakító” néven ismert eszközök. Gondoljunk csak az elektrodinamikus hangszórókra, a ma már muzeális eszköznek számító – de a maga idejében a nívós megoldások közé sorolt mikrobarázdás sztereo hanglemezek lejátszásában használt – elektrodinamikus hangszedőkre, a szabályozástechnikai eszközök sorában az áram-erő átalakítókra, az elektrodinamikus rezgőmérőkre, vagy a sebesség-, ill. erőgenerátorokként használt elektrodinamikus rezgőasztalokra, amelyekkel nemcsak rezgőmérőket lehet kalibrálni, hanem kellően nagy teljesítményű kivitelben eszközök, berendezések rezgővizsgálatára is alkalmasak.

Az elektrodinamikus átalakítóknál a mágneses térben elhelyezett árammal átfolyt vezetőre ható erőhatást használjuk fel. Ezekben az átalakítóknál a mágneses tér állandó, amelyet a gyakorlati kivitelezésekben az állandómágnes hoz létre.

Alkalmazási példaként tekintünk egy elektrodinamikus rezgőasztalra (2. ábra). A konkrét méretek (4. ábra) tájékoztatnak a nagyságrendi viszonyokról, és a tárgyalás során rámutatunk a fizikai korlátokra is. A rezgőasztalban a hengeres kialakítású tekercs – amely  $l$  hosszúságú huzalból áll – egy állandómágnes gyűrű formájú légrésben tengelyirányban mozog, és ebben az irányban az

2. ábra Elektrodinamikus rezgőasztal



$i$  áram hatására erő hoz létre. A tekercs tengelyirányú (az ábrában függőleges) elmozdulását egy rugalmas membrán teszi lehetővé. A permanens mágneshez egy lágymágneses járom csatlakozik, ami mechanikailag rögzített ( $b$ -jelű pont), a kimenet a mozgást végző tekercs  $a$ -jelű pontja. A rezgőasztal a 2. ábra bal oldalán látható (A)-jelű négyfólyással modellezhetjük, amelynek belső struktúrájáról egyelőre semmit nem tudunk. Az elvi szerkezeti felépítésből azonban következik, hogy az (A)-jelű négyfólyusból kiemelhetjük a tekercs  $R$  ohmos ellenállását, a membrán és a tekercs együttes  $m$  tömegét és a minden valószínűség szerint jelenlévő  $r$  súrlódást is (3. ábra felső része). Ezáltal az (A) négyfólyus veszteségmentes, és biztosan kielégíti mindazon feltételeket, amelyeket az előző fejezetben a mágneses átalakítókkal szemben megköveteltünk. Ez a belső négyfólyus a mágneses átalakítókra levezetett, és a 1. ábrán látható kapcsolással helyettesíthető (3. ábra alsó része).

Hátravan a helyettesítő kép  $L_b$ ,  $X$  és  $n_m$  elemeinek meghatározása. Az  $L_b$  megfelel a mechanikailag rögzített tekercs induktivitásának, az  $n_m$  pedig a 2. ábrán látható – a tekercs mozgását megvezető – membrán  $n$  rugóengedékenysége.

Az  $X$  transzformátoráttétel a mozgási indukcióra, ill. az árammal átjárt vezetőre érvényes alapvető fizikai összefüggések alapján számítható. A  $B$  mágneses tér, az  $i$  áram és a  $v$  sebesség kölcsönös merőlegessége esetén a  $v$  sebességű mozgás

$$u = Blv$$

feszültséget indukál, az  $i$  áram hatására pedig a vezetőre

$$F = Bli$$

nagyságú erő hat. (Az összefüggésekben feltételeztük, hogy a teljes vezetékhoossz a homogén mágneses térben van.) A gyakorlati kivitelezésben ez nem lehetséges, csak közelítésről van szó. Pontosabban:  $l$  a légrésben található teljes vezetékhoossz. A definíciós összefüggések szerint tehát

$$\frac{1}{X} = \frac{u_a}{v_a} = \frac{F_a}{i_a}, \text{ ahol } X = \frac{1}{Bl}$$

Ezzel az elektrodinamikus rezgőasztal 3. ábra alján látható analóg helyettesítő képének minden eleme ismert. A helyettesítő kép használhatóságának demonstrálására tekintsünk egy konkrét elektrodinamikus rezgőasztalra, amelynek adatait a 4. ábra tartalmazza.

**Elektrodinamikus rezgőasztal üzemi paramétereinek meghatározása**

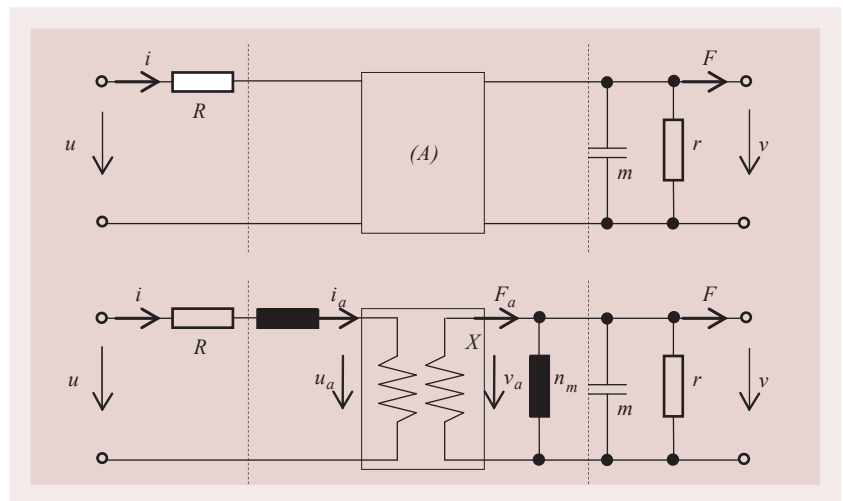
Határozzuk meg a terheletlen rezgőasztal bemenő impedanciájának frekvenciafüggését! A 4. ábra adatainak a felhasználásával a 5. ábra felső részén látható a számításokhoz szükséges helyettesítő kép. A tekercs  $L_b$  induktivitása az  $R$  ellenállás mellett elhanyagolható. Az  $r$  súrlódási ellenállás a  $Q=10$  felvett jóság tényezőből számított érték. A mechanikai oldal villamos oldalra való átranzformálása után a 5. ábra alján láthatjuk a bemenő impedancia számítására alkalmas villamos hálózatot. Az impedanciák helygörbéi a 6. ábrán láthatók. Az ábra bal oldalán a mechanikai oldalra visszatranzformálható  $Z_i$  impedanciának, a jobb oldalon a teljes  $Z$  bemenő impedanciának a helygörbéje látható.

Figyelemreméltó, hogy milyen jelentős következményei vannak az elektromechanikai kölcsönhatásoknak.

A bemenő impedancia itt nemkívánatos, erős frekvenciafüggése nagyjóságú szűrő- vagy oszcillátor-kapcsolásokban előnyösen kihasználható.

A rezgőasztalok további, alkalmazástechnikailag lényeges adata egy előírt gyorsulás előállításához felvett villamos teljesítmény. Abban az esetben, ha a működési frekvencia az  $f_0$  rezonanciafrekvenciánál lényegesen nagyobb, akkor a mechanikai oldalon csak a tömeget kell figyelembe venni (lásd 5. ábra felső része). Ekkor a létrehozott gyorsulás az  $F_a$  erő – és ezzel együtt a gerjesztőáram – frekvenciától független, lineáris függvénye lesz:

$$a = j\omega v = j\omega \frac{F_a}{j\omega m} = \frac{F_a}{m}$$



3. ábra Az elektrodinamikus rezgőasztal helyettesítő képe

Ha a rezgőasztalt még egy  $m_k$ -jelű, kiegészítő tömeggel is megterheljük, akkor az egyenletbe  $m$  helyére  $m + m_k$  kerül.

A gyorsulás helyett – a rezgőasztal mechanikai jellemzőjeként – az  $F_a$  erőt is vizsgálhatjuk:

$$F_a = B\ell i = \frac{B\ell}{\sqrt{R}} \sqrt{P_{el}}$$

ahol  $P_{el} = i^2 R$  a felvett villamos teljesítmény. Az egyenlet alapján az

$$F / \sqrt{P_{el}}$$

mennyiséget az elektrodinamikus meghajtórendszer minőségi jellemzőjének is tekinthetjük. Azzal az előnnyel bír, hogy messzemenően független a tekercs és a mágneses kör aktuális kialakításától. A 7. ábra egyenleteinek felhasználásával

$$\frac{(B\ell)^2}{R} = B^2 V_{Cu} \kappa = B^2 V_{\ell} \gamma \varphi$$

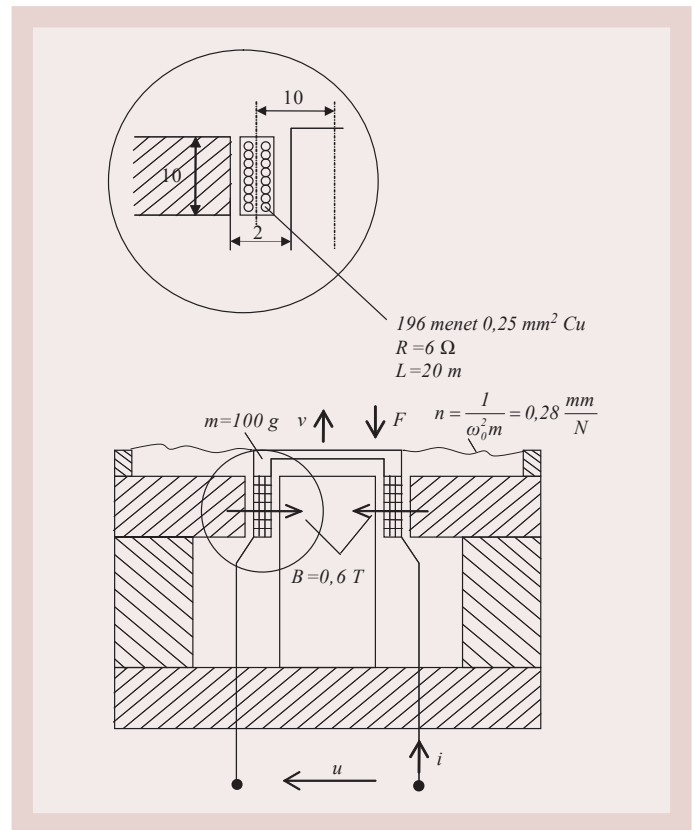
ahol  $\varphi$  a réz kitöltési tényezője, ami megadja, hogy a vezetőanyag a  $V_{\ell}$  légréstérfogat mekkora hányadát tölti ki,  $\gamma$  a huzal fajlagos vezetőképessége.

A légrés inductivitása az állandómágnesű mágneskörök számításához használt

$$B^2 V_{\ell} = \mu_0 (B_M H_M) V_M \sigma$$

képletből számítható, amelyben  $V_M$  a permanens mágnes térfogata,  $B_M$  és  $H_M$  pedig a mágnes térjellemző mennyiségei. A  $\sigma$  szórási tényező megadja, hogy a permanens mágnes fluxusának hányadrésze halad át a légréson. Az utóbbi két egyenletből:

$$\frac{(B\ell)^2}{R} = \mu_0 \gamma \sigma \varphi (H_M B_M) V_M = \frac{F_a^2}{P_{el}}$$

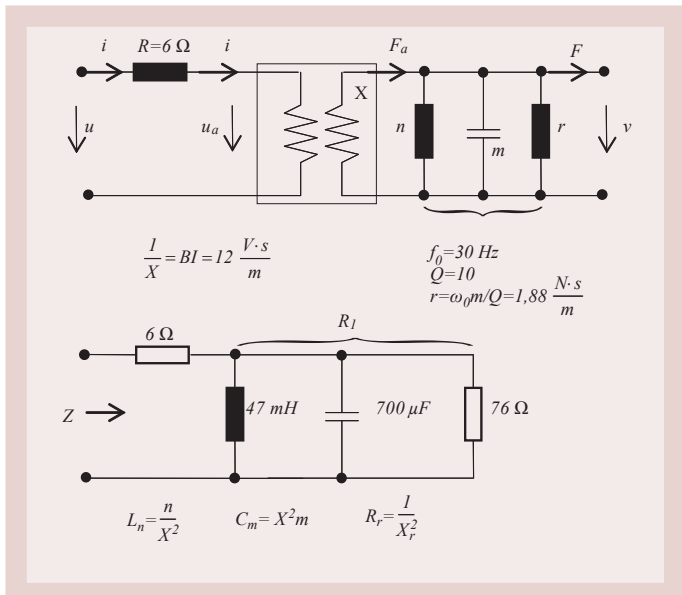


4. ábra Elektrodinamikus rezgőasztal adatai

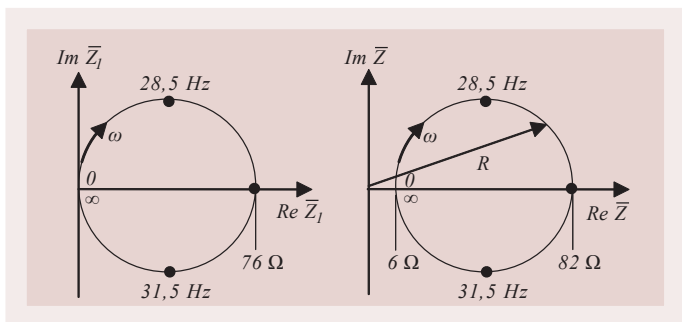
A  $B_M H_M$  szorzat minden mágneses anyagra egy maximális érték és katalógusadat. Pl. a legjobb állandómágnesek közé tartozó AL-Ni-Co 800 anyagnál ez  $8,7 \cdot 10^4$  Ws/m³. A fentiekből az következik, hogy az előírt teljesítménnyel elérhető működtető erő a nem befolyásolható természeti, ill. anyagi tulajdonságot reprezentáló állandókon és a mágnes térfogatán kívül a  $\sigma$  és  $\varphi$  paraméterektől függ, amelyek azonban kizárólag konstrukciós megoldásokkal kapcsolatosak.

A legutóbbi egyenlet lehetővé teszi egy adott villamos teljesítmény esetén a  $\sigma = \varphi = 1$  feltételezésével az elméletileg elérhető legnagyobb erő kiszámítását (amit egy elektrodinamikus átalakítóval egyáltalában el lehet érni). Pl. egy 500 cm³ térfogatú mágnessel és 10 W teljesítménnyel az elérhető

$$F_a = \sqrt{\sigma \varphi}$$



5. ábra Elektrodinamikus rezgősztal adatai



6. ábra Elektrodinamikus rezgősztal mechanikai impedanciájának és villamos bemenőimpedanciájának helygörbéje

erő 140 N, amiből a gyakorlati kialakítások esetén  $\sigma = 0,3$  és  $\varphi = 0,2$  feltételezésével  $F_a = 34$  N.

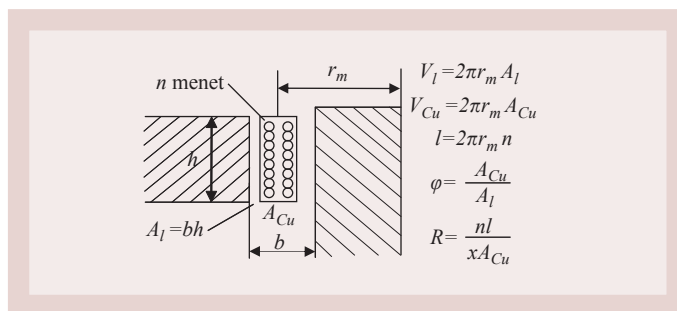
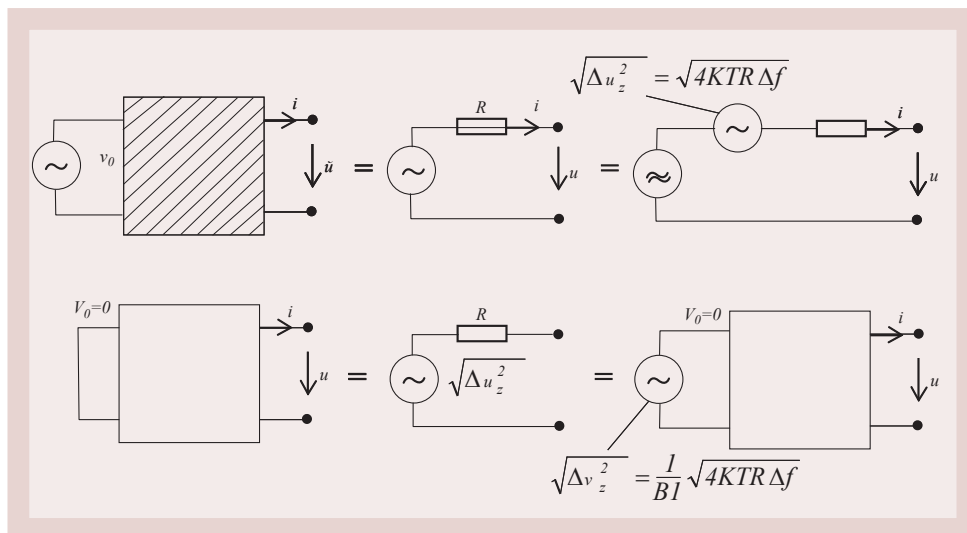
**Az elektrodinamikus rezgőmérő felbontóképessége**

Az elektrodinamikus átalakító fontos alkalmazástechnikai változata az elektrodinamikus rezgőmérő. Az előző fejezetben levezetett, az átalakítók minősítésére használható  $(Bl)^2/R$  invariáns fontos szerepet játszik az elektrodinamikus rezgőmérő felbontóképességének a meghatározásában is.

Ha a 4. ábrán látható átalakítót a mechanikai oldalon  $v_0$  sebességgel gerjesztjük, akkor a villamos oldalon levő csatlakozópárt aktív kétpólusnak tekinthetjük (8. ábra). Az elektrodinamikus rezgőmérők minőségi jellemzője nem az analóg helyettesítő képben definiált  $u/v = Bl$  csatolási tényező – ami ideális esetben érzékenységet is jelenthet –, hanem a legkisebb, még mérhető sebesség. Ezt a küszöbértékként értelmezhető mennyiséget a sebességmérő belső zavaró hatásai határozzák meg.

A tekercs rögzített állapotában ( $v=0$ ) az  $R$  belső ellenálláson keletkező zajfeszültség a kimeneten  $v_z$  zajsebességként értelmezhető (8. ábra):

8. ábra Az elektrodinamikus rezgőmérő ekvivalens zavarósebessége



7. ábra Elektrodinamikus rezgősztal tekercsének és légrésének méretei

$$\Delta v_z^2 = \frac{4kT\Delta f}{(Bl)^2} = 4kT\Delta f \frac{R}{(Bl)^2}$$

A kimenetre kapcsolódó – további jelfeldolgozásra szolgáló – zajmentes erősítőt feltételezve a

$$\Delta v_z^2$$

a mérőlánc felbontó-képességét jelenti. Természetesen az erősítő zaja ezt a felbontóképességet rontja. Az előző egyenletekből levezethető a számításokra jól használható kifejezés.

Legyen pl. egy rezgőmérő  $V_{Cu}$  réztérfogata  $1,5 \text{ cm}^3$  és légrésindukció  $B=0,5 \text{ T}$ , akkor 10 kHz-es sáv szélesség esetén,

$$\Delta v_z^2 = \frac{4kT\Delta f}{B^2 V_{Cu} \gamma}$$

Szobahőmérsékleten a  $v_z$  zavarósebesség  $2,8 \cdot 10^{-6} \text{ mm/s}$ . Ez  $f=10 \text{ Hz}$ -es rezgési sebesség mellett  $x_z = 4,4 \cdot 10^{-5} \text{ }\mu\text{m}$ -es rezgési amplitúdót jelent.

IRODALOM

[1.] A. Lenk: Elektromechanische Systeme Band 1: Systeme mit konzentrierten  
 [2.] Parametern, VEB Verlag Technik, Berlin, 1973

(Folytatjuk!)

editor@magyar-elektronika.hu