

# A folyamatműszerezés érzékelői

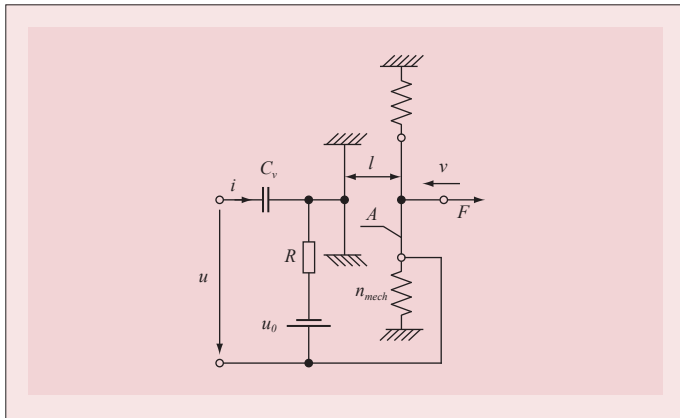
## Dinamikus modellezés AHK-módszerrel - 4.

Dr. Fock Károly

Az analóg helyettesítő képek (AHK) módszerét a cikksorozat soron következő részében a villamos átalakítók két jellegzetes típusára, az elektrosztatikus és a piezoelektromos átalakítóra alkalmazzuk. A tárgyalást gyakorlati mérés technikai példák teszik szemléletessé.

### Elektrosztatikus átalakító visszahatása

Dinamikus elmozdulás mérésre (pl. rezgőmozgást végző lemezek rezgési amplitúdójának meghatározására) előnyösen használható az elektrosztatikus átalakító, amelynek működését az előző pontban tárgyalt villamos átalakító alapján értethetjük meg.



1. ábra Elektrosztatikus átalakító rezgőmozgás mérésére

Az elektrosztatikus átalakító egy légekondenzátor (1. ábra), amelynek fegyverzetei  $U_0$  feszültséggel polarizáltak. A fegyverzetek közül az egyik rögzített, a másik önmagával párhuzamosan elmozdulhat, az elmozdulást egy rugós felfüggesztés teszi lehetővé.

A gyakorlati kivitelezések során természetesen nem lehet arra számítani, hogy az egyszer feltöltött kondenzátor töltését tetszőlegesen hosszú ideig megtartsa. A gyakorlatban az állandó töltést egy  $U_0$  egyenfeszültség forrással oldják meg, amely a kondenzátor fegyverzetéhez egy olyan nagy  $R$  ellenálláson keresztül kapcsolódik, hogy a mérés során előforduló frekvenciákon se folyjék rajta áram (csak a kondenzátor  $C_b$  kapacitása). A jelátviteli számításoknál tehát hatását figyelmen kívül lehet hagyni.

A villamos kapcsok és a kondenzátorlemez közé kapcsolt  $C_v \gg C$  kapacitás szintén  $U_0$  feszültségre van feltöltve, aminek következtében a feszültség a bemeneti kapcsok között eltűnik.

Nyugalmi, feltöltött állapotban ( $U_0$  hatására a kondenzátor lemezein  $Q_0$  töltés van) a fegyverzetekre  $F_0$  elektrosztatikus vonzóerő hat, a rugóban ébredő  $F_0$  erő ezt ellensúlyozza, és a kondenzátor lemezei közötti távolság  $l_0$  lesz. Ez képezi az átalakító munkapontját. Az  $x$  kitérés ettől az értéktől mérendő.

Az elektrosztatikus átalakító analóg helyettesítő képének elemei az előző részből már ismertek. A  $C_b$  kapacitás a jelátalakító kondenzátorának

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{l_0}$$

kapacitásával számítható a  $v=0$ ,  $l=l_0$  munkapontban, mivel  $C_v \gg C$ . Az  $n_t$  rugóengedékenység most  $n_{mech}$  értékkel azonos.

Az  $Y=1/T_0 C_b$  csatolási tényezőt pl. az elektrosztatikából ismert  $F=f_2(u,x)$  függvényből határozhatjuk meg:

$$(F)_{x=0} = \frac{u^2 C^2}{2 \epsilon_0 A}$$

Látható, hogy a kondenzátorlemezekre ható húzóerő a mindenkori feszültség négyzetétől függ, és az  $x$  elmozdulásnak is ( $C$ -n keresztül) nemlineáris függvénye.

Az átalakítóra kapcsolt feszültség üzemi állapotban

$$u(t) = u_0 + u \cos \omega t,$$

amivel az erő időfüggvénye

$$F(t) = \frac{C^2}{2 \epsilon A} (u_0^2 + 2u_0 u \cos \omega t + u^2 \cos^2 \omega t) .$$

A zárójelben levő kifejezés első tagja az  $F_0$  erő, amelyet az  $n_{mech}$  rugó vesz fel. A kifejezés második tagja a változó erőt adja, amely most lineáris közelítést jelent  $x=0$  kitérés közelében. A harmadik tagot  $u \ll u_0$  miatt elhanyagoljuk. Ezzel a keresett rövidzárási erő:

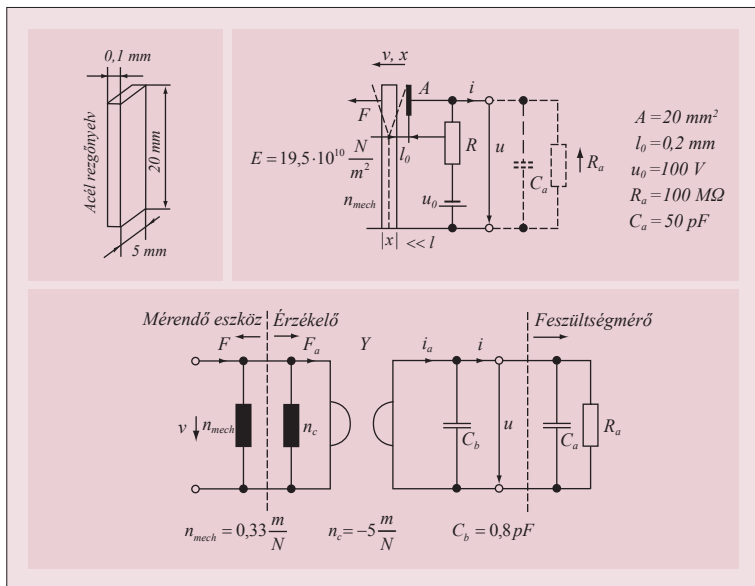
$$F = \frac{C^2}{\epsilon_0 A} u_0 u ,$$

amiből

$$\frac{F}{u} = \frac{u_0 C}{l} = \frac{1}{Y} .$$

Ezzel az átalakító analóg helyettesítő képének minden eleme ismert.

Az elmondottak alkalmazására tekintünk egy mérés technikai példát. Az elektrosztatikus átalakítót a 2. ábrán látható, acélból készült rezgőnyelv rezgési amplitúdójának mérésére kívánjuk felhasználni.



2. ábra Rezgönyelv szabad végének mérése elektrosztatikus átalakítóval

Az átalakító kimenetén megjelenő  $u$  feszültséget egy elektronikus feszültségmérővel mérjük, amelyet most az  $R_a$ ,  $C_a$  bemenő impedanciájával vesszünk figyelembe. Határozzuk meg a mérőrendszer  $\dot{E} = u/x$  érzékenységét és annak frekvenciafüggését, valamint vizsgáljuk meg, hogy a rezgőmozgás érzékelésére alkalmazott elektrosztatikus átalakítónak mekkora a visszahatása. A mérőrendszer adatai a 2. ábrán láthatók.

Az érzékenység meghatározásához abból kell kiindulni, hogy a mechanikai bemeneten  $v = j\omega x$  sebességgenerátor van, emiatt az  $n_{mech}$  és  $n_c$  rugók most figyelmen kívül hagyhatók (3. ábra). A sebességgenerátor áramgenerátorként átranzformálódik a vilamos oldalra, és ott az  $u$  feszültséget hozza létre:

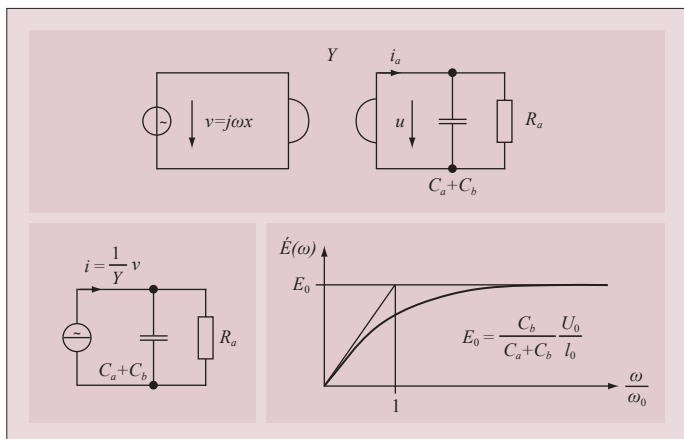
$$u = \frac{i}{\frac{1}{R_a} + j\omega(C_a + C_b)} = \frac{1}{Y}$$

$$= \frac{j\omega x}{j\omega C_b} \frac{1}{1 + \frac{C_a}{C_b}} \frac{1}{1 + \frac{1}{R_a j\omega(C_a + C_b)}}$$

amiből

$$\omega_0 = \frac{1}{R_a(C_a + C_b)}$$

3. Helyettesítő kép az érzékenység meghatározásához



helyettesítéssel az érzékenységre az

$$\dot{E} = \frac{u_0}{l_0} \frac{C_b}{C_b + C_a} \frac{1}{1 - j \frac{\omega_0}{\omega}} = E_0 \frac{1}{1 - j \frac{\omega_0}{\omega}}$$

kifejezés adódik. Az érzékenység frekvenciafüggése a 3. ábrán látható, amiből megállapítható, hogy megközelítőleg  $\omega > \omega_0$  frekvenciákon tekinthető az érzékenység állandónak. Az adatok behelyettesítésével:

$$\dot{E}_0 = \frac{u_0}{l_0} \frac{C_b}{C_b + C_a} = 7,85 \text{ mV}/\mu\text{m} \text{ és } f_0 = 32 \text{ Hz}$$

Az eredményt úgy is értelmezhetjük, hogy  $f > f_0$  frekvenciatartományban az  $R_a$  ellenállás hatása már elhanyagolható.

A rezgönyelvet terhelő mechanikai impedanciát is ebben a frekvenciatartományban számítjuk. Ehhez a vilamos oldalon levő  $C_a$  és  $C_b$  kapacitást át kell transzformálnunk a mechanikai oldalra. A 2. ábra adataiból látható, hogy  $n_c = 15 n_{mech}$ , tehát a rezgönyelv (hajlított rugó) rugóengedékenysége nem azonos  $n_{mech}$  értékkel, hanem  $n_c < 0$  miatt annál valamivel nagyobb:

$$n = \frac{v}{j\omega F} = \frac{n_c n_{mech}}{n_c + n_{mech}} = n_{mech} \frac{1}{1 - \frac{n_{mech}}{n_c}} = 1,07 n_{mech}$$

A mechanikai oldal felől látott mechanikai impedancia a 4. ábra alapján:

$$z = -\frac{1}{j\omega Y^2 C_b} + \frac{1}{j\omega Y^2 (C_b + C_a)} = -\frac{1}{j\omega Y^2 C_b} \frac{C_a}{C_a + C_b}$$

vagys

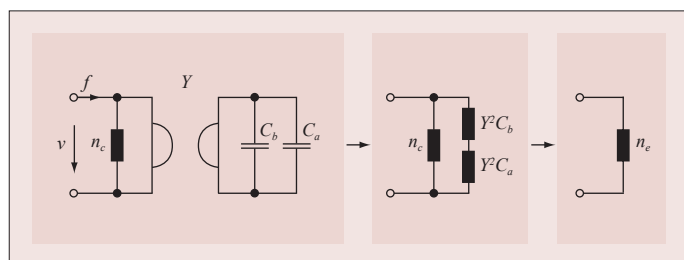
$$n_e = -n_c \frac{C_a + C_b}{C_a}$$

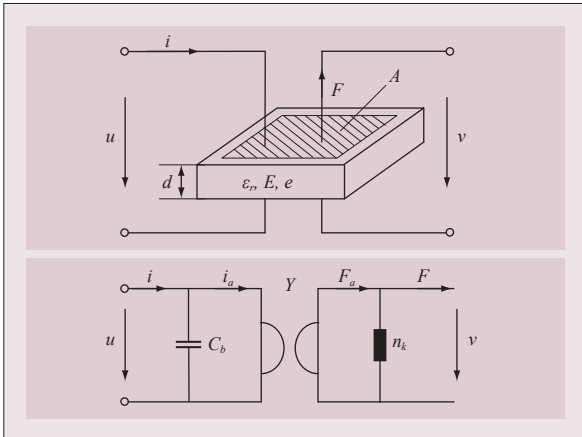
Tekintettel arra, hogy általában  $C_a \gg C_b$ , megállapíthatjuk, hogy ebben az esetben a mechanikai oldal felől nézve a mérőműszer  $C_a$  kapacitása a mérésre hatástalan. ( $C_a$  csökkenése esetén  $n_e$  eredő rugóengedékenység jelentősen megnövekedhetne.)

Összegzésül elmondhatjuk, hogy a rezgönyelv eredő rugóengedékenysége a beépített rugó rugóengedékenységénél nagyobb. A növekedést az érzékelő  $C_b$  kapacitása okozza.

Ennek akkor van jelentősége, ha a rezgönyelv szabad rezgésének az amplitúdóját kell megmérni. A mechanikai rendszer csillapítás nélküli rezonanciafrekvenciája az  $1/\sqrt{n}$  függvény szerint változik, ami a feladat adataival kb. -3,3% változást jelent a mérési elrendezés nélküli állapothoz képest, tehát a mérőrendszer visszahatása  $f > 32$  Hz frekvenciatartományban -3,3% hibát okoz.

4. Helyettesítő kép a kapacitív érzékelőelektroda mechanikai bemenő impedanciájának a számításához





5. ábra Piezoelektromos átalakító elvi felépítése és analóg helyettesítő képe

Megnevezés	Jelölés	Dimenzió	α-kvarc	PZT4
Relatív elektromos állandó	$\epsilon_r$	-	4,6	660
Rugalmassági (Young) modulus	E	$\frac{N}{m^2}$	$7,7 \cdot 10^{10}$	$6,5 \cdot 10^{10}$
Piezoelektromos állandó	e	$\frac{As}{m^2}$	0,18	19

1. táblázat Piezoelektromos anyagok anyagállandói

**Piezoelektromos gyorsulásmérő**

A villamos átalakítók egy másik jelentős – és a mérés technikai gyakorlatban elterjedt – típusa a piezoelektromos átalakító, amelynek most a gyorsulásmérésben való felhasználását mutatjuk be.

Előljáróban fontos megemlíteni, hogy a piezoelektromos átalakítók már abban a frekvenciatartományban működnek, amelyben a modellezéshez elosztott paraméterű mechanikai elemeket kellene figyelembe venni a koncentrált elemek helyett, és az anyagban lejátszódó piezoelektromos – elektrostrikciós kölcsönhatás sem egy felületen, a térben koncentráltan lép fel.

Abban a kvázistatikus esetben, amikor a piezoelektromos anyagot még tömegtelennek tekinthetjük, és a mechanikai és villamos terek térjellemző vektorait az anyag minden egyes pontjában azonosnak feltételezhetjük, a tárgyalásmód a koncentrált paraméterű modell alapján folytatható. A fentiekből következik, hogy ilyen körülmények között meg kell elégednünk a fenomenologikus leírásmóddal.

A piezoelektromos anyagokra az jellemző, hogy a villamos gerjesztésre mechanikai mozgással vagy erővel válaszolnak (elektrostrikció), és fordítva (piezoelektromosság), deformáció vagy erő hatására felületükön töltés keletkezik. A könnyebb érthetőség érdekében tekintsük az 5. ábrán látható A keresztmetszetű, d vastagságú, piezoelektromos anyagból készült elemet, amelynek szemben fekvő A felületei fém elektródával vannak beborítva. Ha az elektródákra u feszültséget kapcsolunk, akkor a d vastagsági méret megváltozik, vagy mechanikailag befogott állapotban erő keletkezik. Fordított irányban az elektródákon villamos feszültség keletkezik, ha a lemez a vastagság irányában deformálódik, ill. áram folyik, amelyik a kivezetésekről levehető.

Egy ilyen elem kielégíti mindazon feltételeket, amelyeket egy villamos átalakítóval szemben támasztunk, többek között azt is, hogy a piezoelektromos anyagok belső energiája állapotfüggvény. Tehát a vázolt átalakítóhoz rendelhetünk egy – a villamos átalakítóknál megismert – analóg helyettesítő képet (5. ábra alsó része), amelynek  $C_b$ , Y és  $n_k$  elemeit az anyagjellemzők és a geometriai méretek segítségével határozhatjuk meg.

A piezoelektromos anyagok közül a mérés technikai gyakorlatban elterjedten használt α-kvarc és a PZT 4 elnevezésű piezokerámia anyagi jellemzőit az 1. táblázatban adjuk meg.

A mechanikailag rögzített állapotban mérhető  $C_b$  kapacitást az  $\epsilon_r$  dielektromos állandó figyelembevételével (síkkondenzátorra) a

$$C_b = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \quad \text{képlettel számíthatjuk.}$$

Az  $n_k$  rugóengedékenységet homogén mechanikai feszültség esetén E rugalmassági (Young) modulussal az

$$n_k = \frac{d}{EA}$$

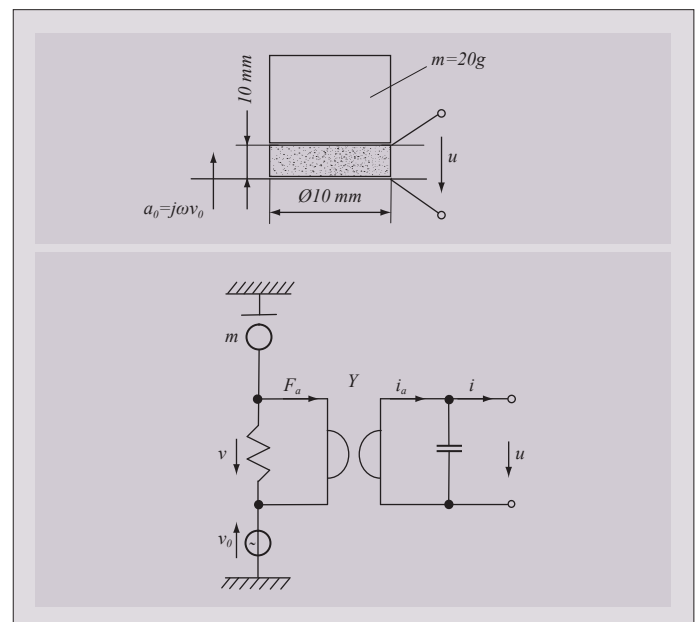
kifejezés adja.

Az  $Y=u/F$  csatolási tényezőt a piezoelektromos átalakító fizikai működési elvéből vezethetjük le. Az 5. ábrán látható modellre [1]:

$$\frac{1}{Y} = e \frac{A}{d}$$

Az 5. ábra alsó részén látható helyettesítő kép felhasználását egy piezoelektromos gyorsulásmérő példájával mutatjuk be. Egy ilyen gyorsulásmérő elvi, szerkezeti felépítésének – a 6. ábra felső részén feltüntetett módon – legfontosabb eleme a piezoelektromos átalakítón kívül az érzékelőre szerelt m (szeizmikus) tömeg. A feltüntetett mechanikai méretek egy valóságos érzékelő adataival egyeznek meg. Az ekképp összeállított érzékelőt a  $v_0$  amplitúdóval rezgő testre erősítik, és mérik a kristályon megjelenő üresjárású u feszültséget. A 6. ábra alsó részén az átalakító

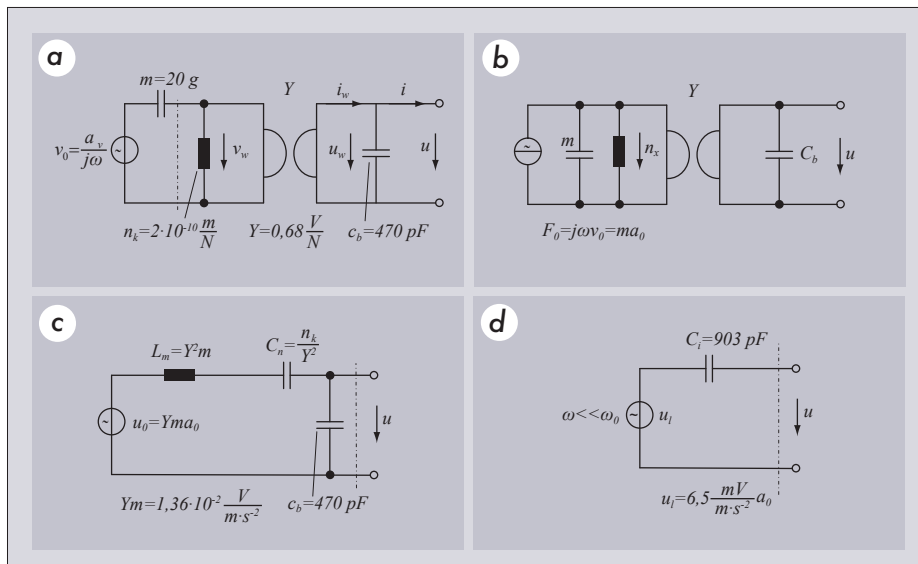
6. ábra Piezoelektromos gyorsulásmérő



tóhoz kapcsolódó mechanikai helyettesítő elemeket tüntettük fel. Látható, hogy az érzékelő energiátároló elemeket tartalmaz, tehát az érzékenység minden bizonnyal frekvenciafüggő. A feladat az érzékelő amplitúdókarakterisztikájának a meghatározása és mérés technikai értékelése.

A számításokat a 7. ábrán feltüntetett lépésekben végezzük el. Első lépésként a 7.a ábrában az elválasztó vonaltól balra eső elemeket ekvivalens erőforrássá alakítjuk át (7.b ábra), majd a következő ütemben a jelátalakító mechanikai oldalát a villamos oldalra áttranszformáljuk (7.c ábra). Az ábrákon feltüntetett számértékek a 6. ábra geometriai méreteiből és a PZT 4 piezokerámia anyagjellemzőiből (1. táblázat) származnak.

A 7.c ábra már alkalmas arra, hogy a feszültségosztó képlet felhasználásával az  $u/u_0$ , ill. az  $\dot{E}=u/a_0$  érzékenységet egyszerűen számítsuk:



7. ábra Piezoelektromos gyorsulásmérő helyettesítő kapcsolásai

$$\frac{u}{u_0} = \frac{\frac{1}{j\omega C_b}}{\frac{1}{j\omega C_b} + \frac{1}{j\omega C_n} + j\omega L_m} = \frac{C_n}{C_n + C_b} \frac{1}{1 - \omega^2 L_m \frac{C_n - C_b}{C_n + C_b}}$$

továbbá:

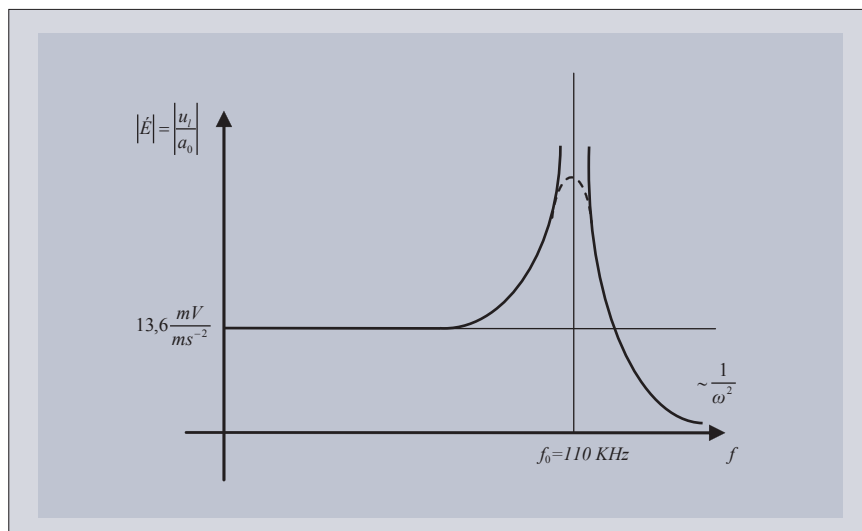
$$\dot{E} = \frac{u}{a_0} = Ym \frac{C_n}{C_n + C_b} \frac{1}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

ahol

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_m \frac{C_n C_b}{C_n + C_b}}$$

a csillapítatlan rendszer rezonancia körfrekvenciája.

8. ábra Piezoelektromos gyorsulásmérő amplitúdókarakterisztikája



A 8. ábrán látható az amplitúdókarakterisztika, amelynek fontos jellemzője az  $f_0$  rezonanciafrekvencia.

Az érzékenység az  $f_0$  frekvencián csak a közelítő feltételezések miatt végtelen, a valóságban mindig vannak csillapítások. A valódi érzékelőknél a kerámiatárcsák közötti érintkezőfelületeken, a csatlakozó konstrukciós elemeken (tömeg, érzékelőház) még pótlólagos csatlakozó rugóingedményességekkel is számolni kell, amelyek a számított rezonanciafrekvenciát jelentősen csökkenthetik.

Az amplitúdókarakterisztika menetéből levonható az a lényeges mérés technikai következtetés, hogy  $f \ll f_0$  frekvenciatartományban a gyorsulásmérő érzékenysége közel állandó. Ebben a frekvenciatartományban az  $L_m$  induktivitás elhanyagolható és a gyorsulásmérő a 7.d ábrán látható aktív kétpólussal helyettesíthető, ami az érzékelő tulajdonságait ebben a frekvenciatartományban helyesen írja le.

Ismételten fel szeretnénk hívni a figyelmet, hogy a piezoelektromos átalakítók gyorsulásmérőkben való felhasználása esetenként olyan frekvenciatartományban való vizsgálatot igényel, ahol már az elosztott paraméterű tárgyalás a célra vezetőbb. Hely szűke miatt ennek részletezésétől itt eltekintünk, és a téma iránt érdeklődőknek a szakirodalmat ajánljuk [2].

A folytatásban a mágneses átalakítók dinamikus viselkedését tárgyaljuk. Kitérünk az elektrodinamikus és a reluktáns érzékelők modellezésére és mérés technikai alkalmazására.

IRODALOM

[1.] A. Lenk: Elektromechanische Systeme Band 1: Systeme mit konzentrierten Parametern, VEB Verlag Technik, Berlin, 1973  
 [2.] A. Lenk: Elektromechanische Systeme Band 2: Systeme mit verteilten Parametern, VEB Verlag Technik, Berlin, 1977

(Folytatjuk!)